

# 用有限单元法模拟各向异性介质中二维电性异常体的大地电磁响应\*

熊彬, 罗天涯, 李长伟, 王有学, 张智, 覃小锋, 丁彦礼  
(桂林理工大学地球科学学院, 广西 桂林 541004)

**摘要:** 为了研究电导率各向异性介质中二维大电磁场的变化规律, 首先从其满足的变分问题出发, 利用有限单元法计算出大地电磁场, 借助辅助场获得视电阻率, 其次讨论  $TE_z$  模式下各向异性介质和各向同性介质中视电阻率响应曲线的区别, 接着探讨不同层面倾角、不同频率下各向异性异常体引起大地电磁场的变化, 另外就高、低阻各向异性介质对大地电磁视电阻率影响的差异进行讨论, 最后讨论平行层面和垂直层面的电阻率对各向异性介质平均电阻率的影响, 从而获得各向异性大地电磁场响应特征。

**关键词:** 有限单元法; 大地电磁; 各向异性介质; 正演

**中图分类号:** P319.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579(2013)04-0143-06

## Modelling of Magnetotelluric Responses of 2-D Electrical Anomalous Body in Anisotropic Media Using Finite Element Method

XIONG Bin, LUO Tianya, LI Changwei, WANG Youxue, ZHANG Zhi, QIN Xiaofeng, DING Yanli  
(College of Earth Sciences, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract:** The variations of 2-D MT field in anisotropic medium for conductivity were studied in this paper. The electromagnetic field was worked out with finite element method (FEM), and the apparent resistivity was obtained with the help of auxiliary field after variational problems in an anisotropic medium were solved. The differences of magnetotelluric field between anisotropic and isotropic media under  $TE_z$  mode were discussed. Furthermore, the influence of dipping anisotropy and varying frequency was analyzed on the change of MT field. Finally, the characteristics of MT field response in the anisotropic media were obtained after discussing the effects of high resistance and low resistance on MT field and the impact of resistivity parallel to and perpendicular to the strike of structure.

**Key words:** FEM; magnetotellurics; anisotropy medium; forward modeling

各向异性对大地电磁探测数据的处理解释备受国内外地球物理学家的关注, 徐世浙等<sup>[1]</sup>曾给出二维各向异性地电断面大地电磁场的有限元解法并指出各向异性体的异常幅值约为各向同性体的 5.3 倍; Osella 和 Martinelli<sup>[2]</sup>研究了二维各向异性大地电磁响应, 他们发现 TE 模式对于二维各向异性地电结构的响应不灵敏, 它不存在各向异性现象, 而

TM 模式则与 TE 模式的情况相反; 他们关于 TE、TM 模式的定义与文献 [6] 的定义不一致, 本文沿用文献 [6] 的定义方式; Li<sup>[3]</sup>研究二维电性各向异性电磁响应的有限元解法, 假设走向沿  $x$  轴,  $y$  垂直于  $x$  轴, 保持水平,  $z$  轴垂直向下, 他研究了不同层面倾角下各向异性介质视电阻率的变化特征, 并得出  $\rho_{xy}$  不依赖于倾角, 这说明  $\rho_{xy}$  不受各向

\* 收稿日期: 2012-12-28

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (40974077, 41164004); 广西自然科学基金资助项目 (2011GXNSFA018003, 2013GXNSFAA019277); 广西高校优秀人才资助计划项目 (桂教人 [2010] 41 号); 桂林理工大学科研启动费联合资助

**作者简介:** 熊彬 (1974 年生), 男, 博士生导师; E-mail: xiongbn@glut.edu.cn

异性的影响, 而  $\rho_{xy}$  曲线在异常体处的极值点偏向反倾向一侧, 且偏移程度随倾角增大而增大; 沈金松等<sup>[4]</sup>对各向异性层状介质中视电阻率与磁场响应进行研究, 他们认为对于各向异性地层, 沿地层走向的测线视电阻率最大, 沿地层倾向的视电阻率最小, 相比之下, 磁电阻率对各向异性参数的分辨率较低。综上所述, 前工作首先指出介质的各向异性不可忽略, 然后对 TE、TM 模式的电磁响应进行比较以及对倾斜角度等各向异性参数进行研究。虽然前人对于各向异性介质中的大地电磁场做了很多研究, 但仍有一些各向异性参数值得讨论。基于此, 本文首先对比 TE<sub>z</sub> 模式中各向同性与各向异性介质的地电磁场特征并与徐世浙<sup>[5]</sup>的结论对比, 接着研究倾角对各向异性的影响并与 Li<sup>[3]</sup>的研究对比, 再研究  $\rho_{\parallel}$  和  $\rho_{\perp}$  等参数的变化对各向异性介质中大地电磁场响应的影响。

## 1 各向异性介质中大地电磁场 二维变分问题求解

假设地下电性结构是二维的, 取其走向为  $z$  轴,  $x$  轴与  $z$  轴垂直, 保持水平,  $y$  轴垂直向上, 并设平行层面的电导率为  $\delta_{\parallel}$ , 垂直层面的电导率为  $\delta_{\perp}$ 。根据场矢量的组成, 可分成 TM<sub>z</sub> 和 TE<sub>z</sub> 两种模式<sup>[6]</sup>。注意到各向异性介质中 TM<sub>z</sub> 模式与电导率为  $\delta_{\parallel}$  的各向同性介质中 TM<sub>z</sub> 模式满足同样的微分方程, 文中直接针对 TE<sub>z</sub> 模式进行讨论。首先

根据各向异性介质中 TE<sub>z</sub> 模式下大地电磁场满足的变分问题, 利用有限单元法得到线性代数方程组, 在解之前, 代入第一类边界条件, 即可得到各节点的磁场强度, 计算辅助场, 从而可获得地表的视电阻率<sup>[5]</sup>。文中采用的区域剖分方式为, 通过引矩形单元的两条对角线, 将其细分为 4 个小三角形<sup>[7-8]</sup>, 最终消去中间虚设的节点, 这样既便于模拟倾斜物性界面, 又不会增加节点数。

## 2 数值模拟

### 2.1 向斜良导体模型

建立向斜模型<sup>[5]</sup>, 取各向同性良导体的电阻率等于各向异性良导体的平均电阻率 ( $\rho_1 = \sqrt{(\rho_1)_{\parallel}(\rho_1)_{\perp}} = 1 \Omega \cdot m$ ), 这是为了说明各向同性体与各向异性体中大地电磁场异常幅值的差异是由介质本身电性结构不同而造成的, 而不是电阻率差异所致。从图 1 中可知, 即使各向同性良导体的电阻率等于各向异性良导体的平均电阻率, 二者呈现出不同的异常幅值, 例如在  $f = 10^{-3}$  Hz 时, 各向同性体异常幅值约为 24 倍, 而各向异性体异常幅值约为 84 倍, 这与徐世浙<sup>[5]</sup>得到的结果是一致的。可见, 考虑各向异性对大地电磁数据处理与解释很有必要。同时, 可以看到随着频率的增大, 各向异性体对大地电磁场的影响减弱, 曲线逐步反映浅部各向同性围岩的视电阻率。

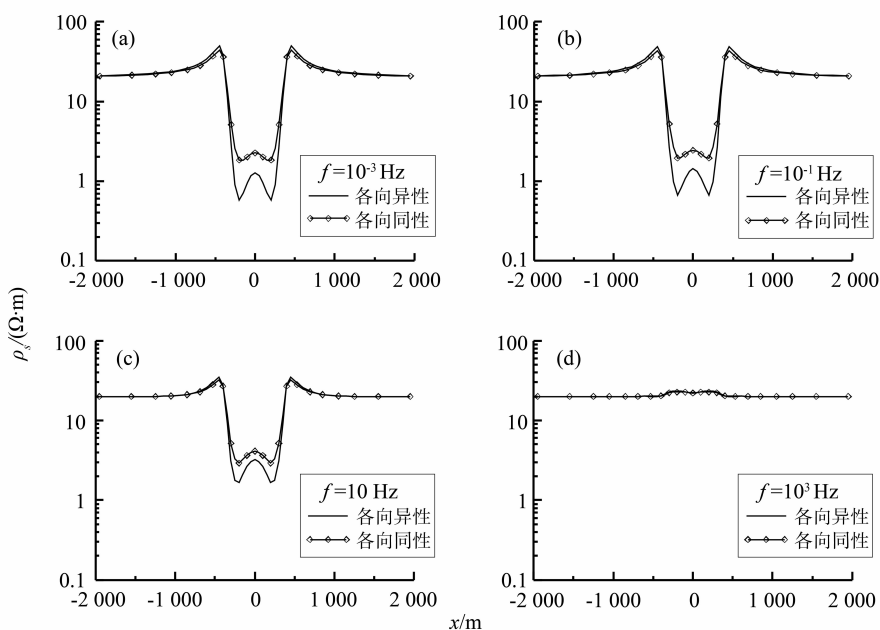


图 1 各向同性与各向异性介质大地电磁剖面比较

Fig. 1 Comparison of the magnetotelluric profile between isotropic and anisotropic media

### 2.2 不同倾角模型

如图 2 所示各向异性低阻体，以逆时针为正，倾角  $\alpha$  分别取  $0^\circ$ ， $-45^\circ$ ， $-90^\circ$ ， $-135^\circ$  得到如图 3 所示  $TE_2$  模式下视电阻率变化规律。从图 3 中可以直观地看到，当角度为  $-45^\circ$  和  $-135^\circ$  时，曲线的谷值偏离模型中心，偏离方向与倾向相反。这与 Li<sup>[3]</sup> 得到的结果是一致的。

### 2.3 各向异性半空间模型

建立各向异性半空间  $\rho_{\parallel} = 0.4 \Omega \cdot m, \rho_{\perp} = 2.5 \Omega \cdot m$ ，视电阻率变化规律如图 4 所示。从图 4 中可以清晰的看出，频率从  $10^2$  Hz 开始，视电阻率随频率增大而减小，而频率在  $10^2 \sim 10^{-4}$  Hz 这个频段视电阻率基本不改变，这说明在各向异性介质中大地电磁勘探所采用的频率应小于  $10^2$  Hz 这个数量级。

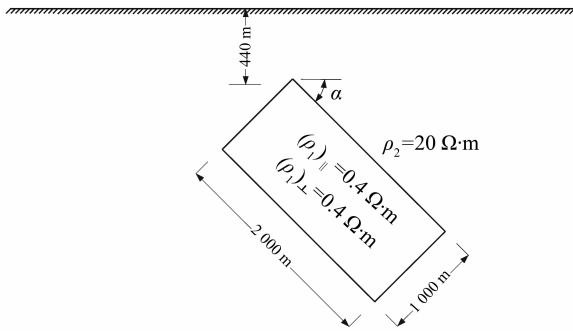


图 2 不同倾角模型  
Fig. 2 Varying angle model

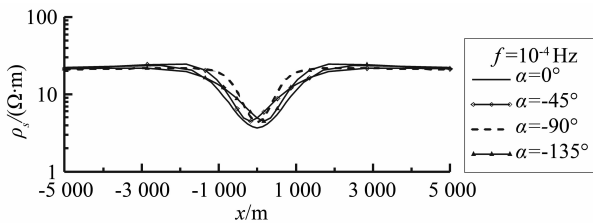


图 3 不同层面倾角的视电阻率变化规律  
Fig. 3 Variation rules of apparent resistivity for varying incline angle

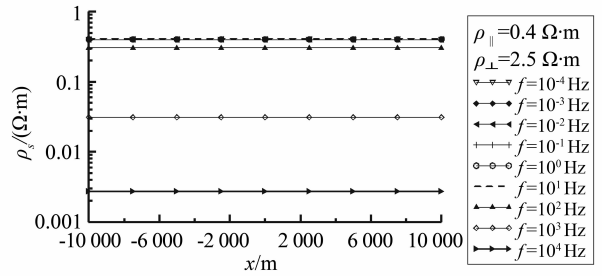


图 4 各向异性半空间中视电阻率随频率的变化  
Fig. 4 Apparent resistivity varying with frequency in the anisotropic half space

### 2.4 高阻异常体与低阻异常体视电阻率曲线对比

采用 2.1 向斜良导体模型的几何形态，但围岩电阻率取  $\rho_2 = 100 \Omega \cdot m$ ，异常体分两种情况讨论：

1) 各向异性高阻异常体  $(\rho_1)_{\parallel} = 400 \Omega \cdot m, (\rho_1)_{\perp} = 2500 \Omega \cdot m$ ，各向同性高阻异常体  $\rho_1 = 1000 \Omega \cdot m$ ；计算结果如图 5 所示。

2) 各向异性低阻异常体， $(\rho_1)_{\parallel} = 4 \Omega \cdot m, (\rho_1)_{\perp} = 25 \Omega \cdot m$ ，各向同性低阻异常体  $\rho_1 = 10 \Omega \cdot m$ ，计算结果如图 6 所示。这两种下，均取各向同性体的电阻率等于各向异性体的平均电阻率，即

$$\rho_1 = \sqrt{(\rho_1)_{\parallel} (\rho_1)_{\perp}}$$

从图 5 和 6 可以得出 3 点结论：① 高阻异常体的情况下，大地电磁场对各向异性体与各向同性的响应区别很小，例如在  $f = 10^{-3}$  Hz 时各向同性体的异常幅值约为 1.81 倍，各向异性体的异常幅值也仅仅约为 1.77 倍，从这里看出，各向同性体的异常幅值甚至比各向异性体的异常幅值还大；相比之下，异常体为低阻时，同样在  $f = 10^{-3}$  Hz 时，各向同性体的异常幅值约为 8.5 倍，各向异性体的异常幅值却高达 28 倍。从这一对比可以得出，高阻体时，各向异性体异常幅值约为各向同性体的 0.97 倍，低阻体时，各向异性体异常幅值约为各向同性体的 3.31 倍，这说明各向异性低阻体对大地电磁场的影响大于各向异性高阻体的影响。② 不讨论各向异性的情况下，低阻体的异常幅值也大于高阻体的异常幅值。③ 高阻体时，视电阻率随频率变化幅度很小。

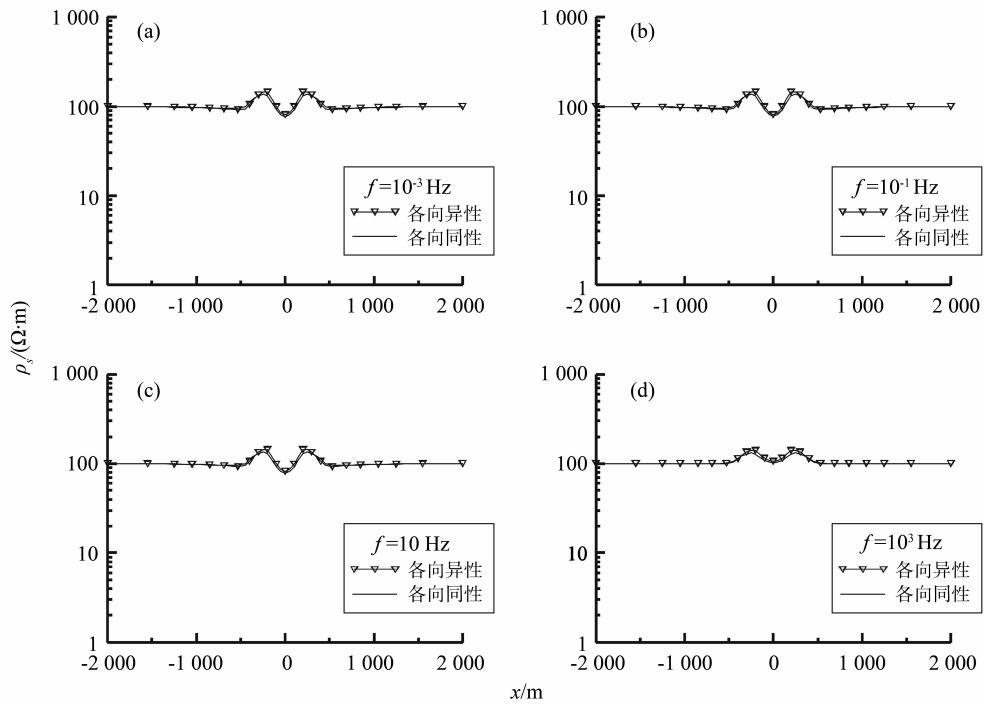


图 5 高阻各向同性体与高阻各向异性体视电阻率剖面对比

Fig. 5 Comparison of apparent resistivity profile between high resistance isotropic body and high resistance anisotropic body

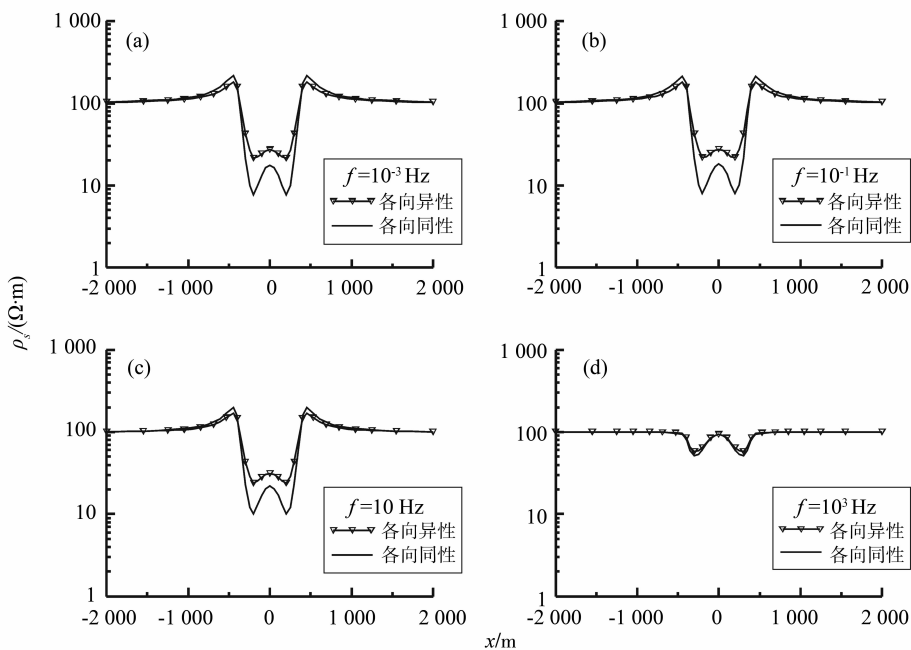


图 6 低阻各向同性体与低阻各向异性体视电阻率剖面对比

Fig. 6 Comparison of apparent resistivity profile between low resistance isotropic body and low resistance anisotropic body

## 2.5 矩形模型

如图 7 所示的矩形异常体, 电阻率的变化分两种情况进行讨论: ①  $(\rho_1)_\parallel = 1 \Omega \cdot \text{m}$ ,  $(\rho_1)_\perp$  取  $(10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6) \Omega \cdot \text{m}$  等 6 个值,

计算结果如图 8 所示。②  $(\rho_1)_\perp = 1 \Omega \cdot \text{m}$ ,  $(\rho_1)_\parallel$  取  $(10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6) \Omega \cdot \text{m}$  等 6 个值, 计算结果如图 9 所示。

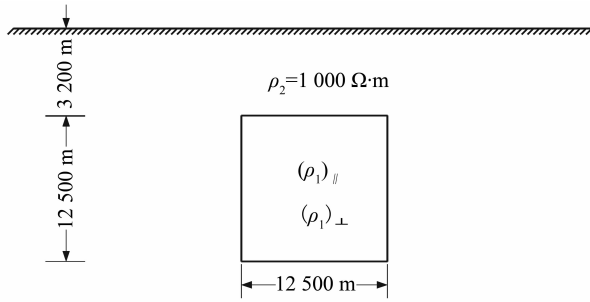


图 7 矩形异常体

Fig. 7 Rectangle anomalous body

从图 8 中可以得出，当异常体平行于层面的电阻率  $(\rho_1)_\parallel$  保持不变，垂直于层面的电阻率  $(\rho_1)_\perp$  不断增加，乃至  $(\rho_1)_\perp$  大于围岩电阻率，断面中一直呈现出低阻异常体；而从图 9 中可以看出，当  $(\rho_1)_\perp$  保持不变， $(\rho_1)_\parallel$  在低于围岩电阻率范围内不断增加，断面中出现低阻异常体，但当  $(\rho_1)_\parallel$  大于或者等于围岩的电阻率时，异常体的视电阻率分布规律发生改变； $(\rho_1)_\parallel$  大于围岩电阻率时，断面中出现高阻异常体，但  $(\rho_1)_\parallel$  等于围岩电阻率时，无法分辨出各向异性异常体，只表现出围岩的视电阻率。从图 8 和图 9 中可以得出，平行于层面的电阻率对各向异性介质平均电阻率的影响远远大于垂直层面的电阻率的影响。

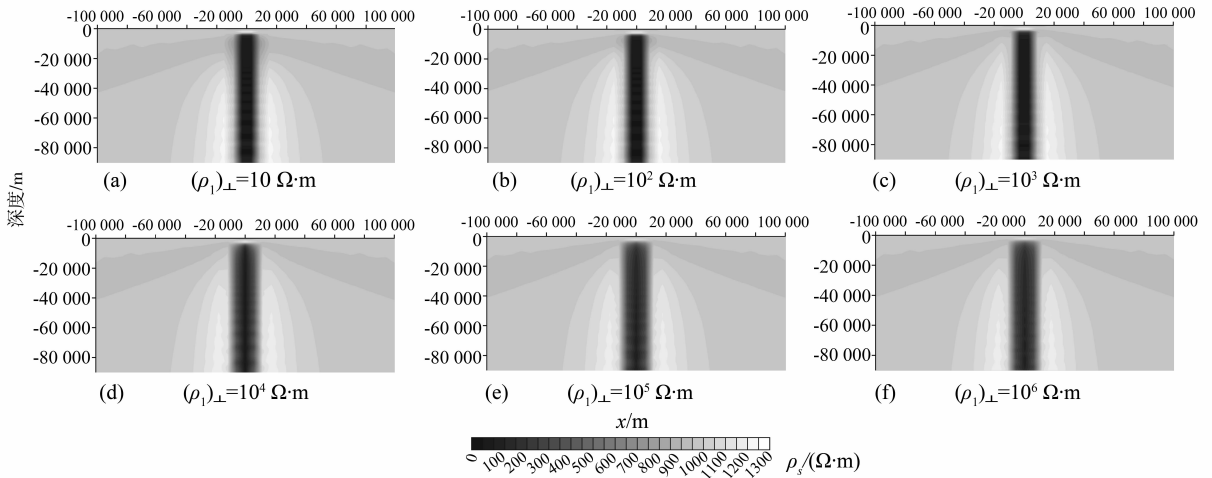


图 8 视电阻率随  $(\rho_1)_\perp$  变化的特征

Fig. 8 Apparent resistivity varying with  $(\rho_1)_\perp$

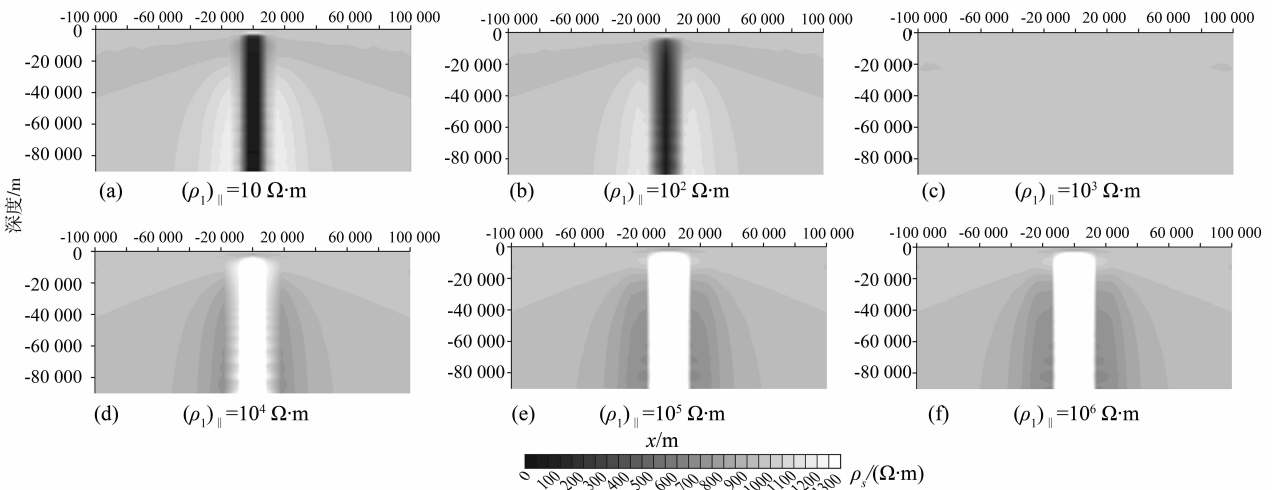


图 9 视电阻率随  $(\rho_1)_\parallel$  变化的特征

Fig. 9 Apparent resistivity varying with

### 3 结 论

文中首先对比各向同性与各向异性介质中大地电磁场的异常特征;其次,对各向异性介质参数变化对各向异性介质的影响进行讨论,从算例中得出以下结论:

1) 介质各向异性不可忽略。同一频率下 ( $f = 10^{-3} \text{ Hz}$ ), 即使各向同性体电阻率与各向异性体平均电阻率相同, 各向异性体视电阻率的异常幅值约为各向同性体的异常幅值的 3.5 倍。因此在大地电磁测深工作中, 介质的各向异性是不可忽视的因素。

2) 层面倾角对视电阻率的影响。层面倾角的存在使得视电阻率曲线的极值点偏离模型中心, 偏离方向与地质体倾向相反。

3) 频率对视电阻率的影响。高频对视电阻率影响比较明显, 在解释大地电磁数据时应注意考虑频率的影响。

4) 高、低阻体的异常特征。高阻体的各向异性特征不明显, 例如频率为  $10^{-3} \text{ Hz}$  时各向异性体的异常幅值仅约为各向同性体的 0.97 倍; 而低阻体情况下, 各向异性异常幅值约为各向同性体的 3.31 倍; 且高阻体随频率的变化不如低阻体的那么明显。

5)  $\rho_{\parallel}$  与  $\rho_{\perp}$  对各向异性介质的影响。平行于层面的电阻率对各向异性介质平均电阻率的影响远远大于垂直层面的电阻率的影响, 因而它对大地电磁场变化规律影响更大。

#### 参考文献:

- [1] 徐世浙, 赵生凯. 二维各向异性地电断面大地电磁场的有限元法解法[J]. 地震学报, 1985, 7(1): 80-90.
- [2] OSELLA A M, MARTINELLI P. Magnetotelluric response of anisotropic 2-D structures[J]. Geophys J Int, 1993, 115: 819-828.
- [3] LI Y. A finite-element algorithm for electromagnetic induction in two-dimensional anisotropic conductivity structures[J]. Geophys J Int, 2002, 148: 389-401.
- [4] 沈金松, 郭乃川. 各向异性层状介质中视电阻率与磁场响应研究[J]. 地球物理学报, 2008, 51(5): 1608-1619.
- [5] 徐世浙. 地球物理中的有限单元法[M]. 北京: 科学出版社, 1994.
- [6] TAFLOVE A, HAGNESS S C. Computational electrodynamics: The finite-difference time-domain method[M]. Boston, London: Artech House Publishers, 2000: 70-72.
- [7] 罗延钟, 张桂清. 电子计算机在电法勘探中的应用[M]. 武汉: 武汉地质学院出版社, 1987.
- [8] 熊彬, 罗延钟. 电导率分块均匀的瞬变电磁 2.5 维有限元模拟[J]. 地球物理学报, 2006, 49(2): 590-597.