

利用梯度面板对叠前波形反演过程进行质量控制*

成谷¹, 张宝金²

(1. 中山大学地球科学系//广东省地质过程与矿产资源探查重点实验室, 广东 广州 510275;
2. 广州海洋地质调查局, 广东 广州 510760)

摘要: 对反演的中间过程进行质量控制可有效改善反演过程的适定性及反演结果的可信度。采用反射率法正演模拟、共轭梯度法反演的正反演体系, 在反演过程中将不同慢度数据计算的梯度排列形成慢度-深度域梯度面板。梯度面板反映的是对应不同入射角(即不同水平慢度)的数据所提供的梯度, 具有类似偏移中共成像点道集的含义。再利用梯度面板分别对反演的初值、分频反演中的频带选择、分层反演中的层段选择以及分慢度反演中的慢度选择等方面进行质量控制。模型测试表明基于梯度面板的质量控制是可行的。

关键词: 叠前反演; 梯度面板; 质量控制; 反演策略; 波形反演

中图分类号: P631.44 文献标志码: A 文章编号: 0529-6579(2014)01-0141-07

The Quality Control for Pre-stack Waveform Inversion Using the Gradient Panel

CHENG Gu¹, ZHANG Baojin²

(1. Department of Earth Sciences//Guangdong Key Laboratory of Geological Process and Mineral Resources Exploration, Guangzhou 510275, China;
2. Guangzhou Marine Geological Survey, Guangzhou 510760)

Abstract: The stability and reliability of inversion can be modified and improved by controlling the quality of inversion intermediate results. The reflectivity modeling method and conjugate gradient inversion method are used in this paper. In the process of inversion, the negative gradient is lined up according to the horizontal slowness to form the negative gradient panel in a slowness-depth domain. In the negative gradient panel the gradient represents the contribution provided by data with different incident angles (i. e. different horizontal slowness or ray parameter). Thus, the negative gradient panel has the similar meaning as the common imaging point gather in migration and can be used for tool controlling process of inversion. The roles of quality control that the negative gradient imposed on the process of inversion are discussed from the following aspects; the rationality assessment of the inversion initial value; the correctness evaluation of parameter selection when using three inversion strategies, especially, the correctness evaluation of the frequency-band selection in frequency-division inversion, the correctness evaluation of the layer segment selection in layer-division inversion, and the correctness evaluation of the slowness components selection in slowness-division inversion. The test using model indicates that the quality control for inversion intermediate results based on negative gradient panel is feasible.

Key words: pre-stack inversion; gradient panel; quality control; inversion strategy; waveform inversion

* 收稿日期: 2013-04-10

基金项目: 国家青年科学基金资助项目(41004051); 国家高技术研究发展计划(863计划)子课题项目(2013AA0925010107)

作者简介: 成谷(1975年生), 女; 研究方向: 地震数据析成像与反演方法研究, E-mail: chenggu@mail.sysu.edu.cn; 通讯作者: 张宝金; E-mail: zhangbaojinchg@163.com

反演本质上具有不适定性,反演结果受到很多因素的影响。影响地震波参数反演的因素可简化归纳为两个方面,即先天条件和后天的控制^[1]。先天条件指人无法控制的那些因素,如信噪比、子波精度、数据的覆盖范围等。后天控制即指在反演时对反演的中间过程进行质量控制,并根据质量控制的反馈结果对参数进行调整。反演结果的可信度取决于先天条件和后天控制对反演可信度的贡献。在先天条件已无法改变的情况下,对反演的中间过程进行质量控制就变得非常关键。一般来说,反演的过程可控则反演结果可靠程度高,反演过程失控则可靠程度低。对反演的中间过程进行质量评估并根据评估结果对反演参数进行动态调整是保证反演稳定、可靠的重要因素。

本文采用反射率法正演^[2-3]、共轭梯度法反演的正反演体系^[4-6]。在反演过程中将反演率法正演模拟得到的频率-水平慢度域数据按水平慢度分解,将不同慢度数据计算的梯度排列形成慢度-深度域梯度面板。梯度面板反映的是对应不同水平慢度(据 snell 定律,水平慢度即为射线参数,不同水平慢度的数据对应不同的入射角)的数据所提供的梯度。梯度面板具有类似偏移中共成像点道集的含义,梯度面板中同相轴横向上的一致性反映了反演参数选择的合理性。笔者在分层反演^[7]、分频反演等宏观反演策略的基础上^[8-12],利用梯度面板分别对反演的初值、反演利用的数据频带、反演的层段深度以及反演利用的数据角度(指水平慢度)等方面进行质量控制。并针对模型对梯度面板的质量控制作用进行了测试。

1 梯度面板的生成

反演通常可转化为最优化问题求解,即将反演问题转化为寻求使目标函数最小的模型参数值的问题。其目标函数定义为:

$$S(m) = \frac{1}{2} \left\{ \|d - d_{obs}\|_D^2 + \|m - m_0\|_M^2 \right\} \quad (1)$$

其中, m 为要计算的模型参数向量, m_0 为初始模型或先验模型, d 为与 m 对应的数据向量, 对应关系为 $d = f(m)$, d_{obs} 为数据观测值。式中对应的模为加权 L_2 模, 即有: $d_D^2 = d^T C_D^{-1} d$ 和 $m_M^2 = m^T C_M^{-1} m$ 。其中 C_D 和 C_M 分别是数据和先验模型的协方差矩阵, T 表示转置。记 $\Delta d = f(m) - d_{obs}$ 。

线性化反演方法中,在模型参数空间中找到从当前的参数模型到新的参数模型的路径,取决于两

个因素:方向和步长。而大多数最优化求解方法中(如最速下降方向法、共轭梯度法、牛顿法、变尺度法等),方向的确定均与目标函数对参数的梯度有关。目标函数在给定模型 m_n 上的梯度为:

$$g_n = C_M \frac{\partial S}{\partial m} \Big|_{m=m_n} = C_M F_n^T C_D^{-1} \Delta d + (m_n - m_0) \quad (2)$$

乘上 C_M 项是为了纵波速度、横波速度和密度等多类参数反演时各类参数数值相差悬殊时的归一化,其中 $F_n = \frac{\partial f}{\partial m} \Big|_{m=m_n}$ 是在 m_n 点地震响应相对于模型参数的 Fréchet 微商矩阵(或灵敏度矩阵)。梯度对应最速上升方向,取梯度的反向即为负梯度,即最速下降方向。负梯度是对应目标函数的搜索方向,但这里为行文方便讨论梯度,实际操作中加上负号即可。

在目标函数的计算过程中重要的一项是 Fréchet 微商与数据残差(观测数据与模拟数据的差)相乘。对一维参数模型来说,待求参数为深度域各采样点的弹性参数,设共有 nz 个,观测数据矢量共有 nr 个, nr 为检波点个数。 nr 个数据矢量中每一个矢量共有 nt 个元素, nt 为时间采样点数。梯度为含有 nz 个元素的矢量, g_{iz} 代表第 iz 个深度样点处的梯度分量。每一个深度样点(如 iz) 处参数的单位扰动均对应一个 Fréchet 微商,记为 F_{iz} ,相当于除 iz 处其它深度模型参数值不变,仅在 iz 深度处模型参数有单位扰动时的模型地震响应和 iz 深度处参数无扰动时的模型地震响应的差值, F_{iz} 为 nr 个矢量组成,每个矢量有 nt 个元素,从编程的角度考虑,可记为含有 $nr * nt$ 个元素的二维矩阵,矩阵的每一个分量表示为 $F_{iz}(ir, it)$, ir 表示检波点下标, it 表示时间采样点下标。观测的数据与正演模拟数据之间的残差 Δd 也可记为二维数组的形式,其分量为 $\Delta d(ir, it)$ 。

考虑某个深度点 iz 处的梯度的简化公式为:

$$g_{iz} = F_{iz} \cdot \Delta d = \sum_{ir=1}^{nr} \sum_{it=1}^{nt} F_{iz}(ir, it) \cdot \Delta d(ir, it) \quad (3)$$

结合笔者采用的反射率法正演模拟方式(正演模拟结果为 $\omega - p$ 域,即频率-水平慢度域),也可以写成如下形式:

$$g_{iz} = F_{iz} \cdot \Delta d = \sum_{ip=1}^{np} \sum_{i\omega=1}^{n\omega} F_{iz}(ip, i\omega) \cdot \Delta d(ip, i\omega) \quad (4)$$

如果利用 $\omega - p$ 域数据的所有频率和慢度成分按照

上式计算梯度，则不利于分频、分慢度反演等反演控制策略的实施。另外由于正演模拟采用全波场模拟方式，折射波等大振幅信息将在大 p 数据处出现，如加入对梯度的计算将会影响梯度计算的准确性。因此笔者在梯度的计算过程中分别计算不同慢度数据对梯度的贡献，见公式 (5)。计算结果显示在一起则形成梯度面板，横向表示慢度，纵向表示深度。此时在反演时不仅可以选择使用的频率分量，而且可以选择使用的慢度分量，达到进行分频反演和分慢度反演的目的。

$$g_{iz,ip} = \sum_{\omega=\omega_1}^{\omega_2} F_{iz}(ip,\omega) \cdot \Delta d(ip,\omega) \quad (5)$$

ω_1 、 ω_2 分别为反演所用频率范围的初值和终值； $ip = ip_1, \dots, ip_2$ ， ip_1 、 ip_2 为反演所用慢度分量范围的初值和终值。 $g_{iz,ip}$ 表示数据的第 ip 个慢度分量对第 iz 个深度参数贡献的梯度， $F_{iz}(ip,\omega)$ 表示数据的第 ip 个慢度分量的第 ω 个频率分量对第 iz 个深度参数的 Fréchet 微商。而对于某个深度点总的梯度为： $g_{iz} = \sum_{ip=ip_1}^{ip_2} g_{iz,ip}$ ， g_{iz} 为采用的一定慢度范围的数据对第 iz 个深度参数的总的梯度贡献。在这里我们可以考虑对数据参与反演的不同慢度成分和频率成分进行选择，甚至公式 (4)、(5) 中的频率分量和慢度分量不一定连续分布，可根据数据的情况不连续选择实际参与反演的慢度和频率分量。

2 利用梯度面板对反演过程进行质量控制

在梯度类最优化反演方法中，模型参数的更新量是由梯度和步长的乘积决定的，即梯度在某种意义上就是乘上某个比例因子的模型更新量。而其中的梯度是多道数据对梯度的贡献之和。根据前人得出的结论，“梯度矢量是一个与模型空间有相同维数的一个空间中的矢量，可显示成模型参数的影像。在模型误差很大的空间位置，其影像变化也很剧烈^[13]。”笔者认为在合成梯度之前观察不同数据对梯度的贡献并比较它们之间的关系有助于判断模型参数的合理性并给出调整方案。

基于上面的思想，在合成总梯度之前将不同慢度数据计算得到的梯度排列在一起生成梯度面板，横向表示水平慢度，纵向表示深度。梯度面板上的波形在某种意义上表示不同水平慢度数据对模型更新量的贡献，梯度面板上波形出现的位置表明模型更新量存在的位置，波形的幅度正比于模型更新量的大小。若针对一维模型考虑，如参数选择合理，

则不同慢度数据针对同一深度样点参数给出的模型更新量的位置应该是一致的，在梯度面板上的表现为横向上对齐。因此梯度面板具有类似于偏移中共成像点道集的含义，可将梯度面板作为反演过程中对反演中间结果进行质量控制的动态监控面板，据此面板上的信息评估反演参数选择的合理性并给出参数调整的方向，实施对反演中间过程的质量控制，提高反演结果的稳定性和可靠性。

本文用已知海上模型 (Kormendi 论文中的测井纵波速度曲线模型经数字化得到^[5]，见图 1) 进行了反演试验。以梯度面板作为工具，以初值、参与反演的频带、反演的深度及参与反演的慢度 (角度) 成分为质量控制对象，分别进行探讨。

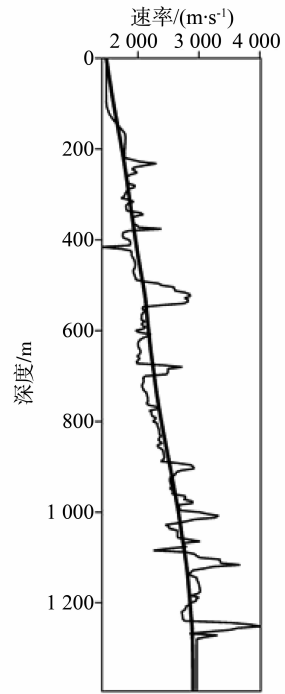


图 1 纵波真实速度模型及背景速度

Fig. 1 The real velocity model and background velocity

2.1 初始模型评估

初始模型在基于局部寻优的反演中非常关键。初始模型的好坏决定了是否能够收敛到全局最优。因此对初始模型评估和调整非常关键。

真实模型见图 1 中细线所示。本文利用两个不同的初始模型进行了测试。一个初始模型是在真实模型基础上大尺度平滑得到 (见图 1 粗线)。另一个初始模型取为 2 000 m/s 常速模型。图 2a 为利用平滑初始模型计算得到的梯度面板 ($dp = 0.0002$)，从图中可以看出，在各深度处梯度面板的同相轴横向对齐良好，这说明不同慢度数据所提供的

梯度值反映的模型更新量位置横向上是一致的,表明初始模型是合适的。图 2b 为利用 2 000 m/s 常速模型作为初始模型生成的梯度面板,与图 1 中细线对比研究可以发现,对于浅层而言,2 000 m/s 常速初值相对真值速度过高,同相轴呈下弯形态,对于深层而言,2 000 m/s 常速初值相对真值速度过低,同相轴呈上弯形态,即不同慢度数据给出的模型更新量的位置在横向上没有对齐。除此之外,从第一道慢度数据对应的梯度出现的位置可看出梯度面板上各同相轴的成像深度也发生了改变。

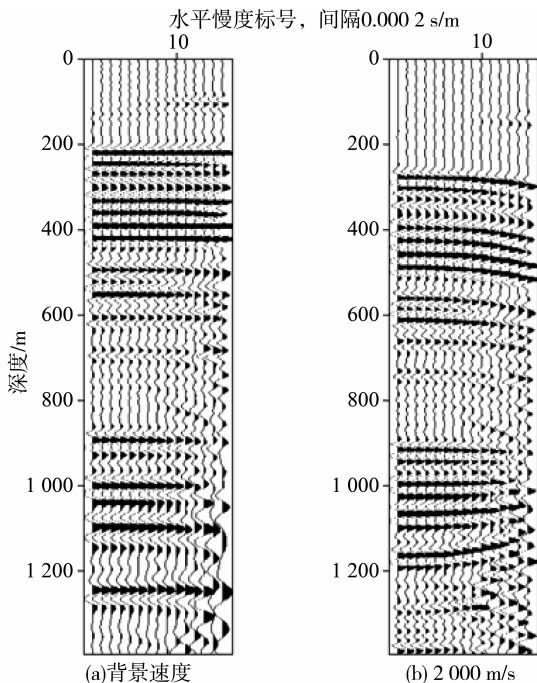


图 2 以背景速度和 2 000 m/s 常速作为初始模型生成的梯度面板

Fig. 2 The gradient panels obtained by using the background velocity and 2 000 m/s constant velocity as the initial model

从上面的模型测试中可以看到,错误的初始模型除了使得梯度面板上同相轴的成像深度发生改变外,还会影响同相轴的一致性。初始速度过小,则梯度面板中同相轴上弯,初始速度过大,则梯度面板中同相轴下弯。由此可认为,利用梯度面板对反演的初始模型进行质量评估是可行的,据梯度面板中同相轴的弯曲程度可评估初始模型参数取值的合理性及参数取值的调整方向。

2.2 分频反演中的频带合理性验证

分频反演是反演中普遍利用的反演策略。但在反演的不同阶段,选择参与反演的数据频带是否合理呢?本文通过改变背景模型的某个浅层层段速度

值,观察比较该错误的浅层速度值对深层不同频段数据对应的梯度面板上同相轴一致性的影响,由此判断浅层错误的速度值对深层利用不同频段数据反演结果的影响程度。

图 3 为在背景速度的基础上改变了浅层的速度值。图中粗线为对真实速度模型大尺度平滑得到的背景速度,细线为改变了背景速度浅层速度值的速度。利用改变后的速度计算梯度面板。该速度值的改变除了会对深层同相轴的成像位置有影响外,还会造成不同频段数据成分在深层梯度面板上的同相轴的一致性差异。

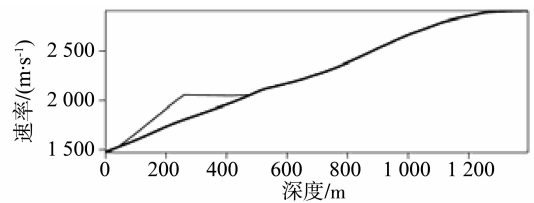


图 3 带有误差的浅层速度模型

Fig. 3 The velocity model with the deflected shallow layer velocity

图 4a 为仅利用 10 ~ 20 Hz 频段范围数据生成的梯度面板(仅显示 440 ~ 500 m 深度范围,水平慢度共利用了 60 道,第一道对应水平慢度为零,即代表波离开源点的入射方向为垂直向下,水平慢度间隔 0.000 005 s/m,图 4b 和 c 与此相同)。从图中可以看出,对 10 ~ 20 Hz 频段范围数据而言,在 440 ~ 500 m 范围内只有一个同相轴,尽管浅层背景速度不准确,但该同相轴的横向一致性相对较好,从第一个水平慢度道到第 60 个水平慢度道该同相轴相差不超过 1/2 波长。图 4b 为仅利用 40 ~ 80 Hz 频段范围数据生成的梯度面板,在 440 ~ 500 m 范围内有两个同相轴,但对每一个同相轴而言,从第一个水平慢度道到第 60 个水平慢度道相差超过半个波长。图 4c 为仅利用 60 ~ 120 Hz 频段数据范围数据生成的梯度面板,所示范围内有 3 个同相轴,每个同相轴从第一道到第 60 道相差已超过一个波长范围。

从图 4(a - c) 中可以看出:

1) 对应同一初始模型的不同频带的梯度面板上,对应低频的梯度面板同相轴相对零慢度道的波峰位置偏离量较小(在 1/2 或 1/4 波长范围内),一致性较好,若横向叠加形成总梯度(与动校后叠加的过程类似),因各道同相轴偏离量较小,则叠加主要为相长叠加,叠后能量较强,可较好地反

映模型更新量的图像；而对应高频的梯度面板同相轴横向上相对零慢度道的波峰位置偏离量较大，一致性较差，若横向叠加形成总梯度，叠后能量相对较弱，且易在模型更新量中引入一些虚假的频率成分。

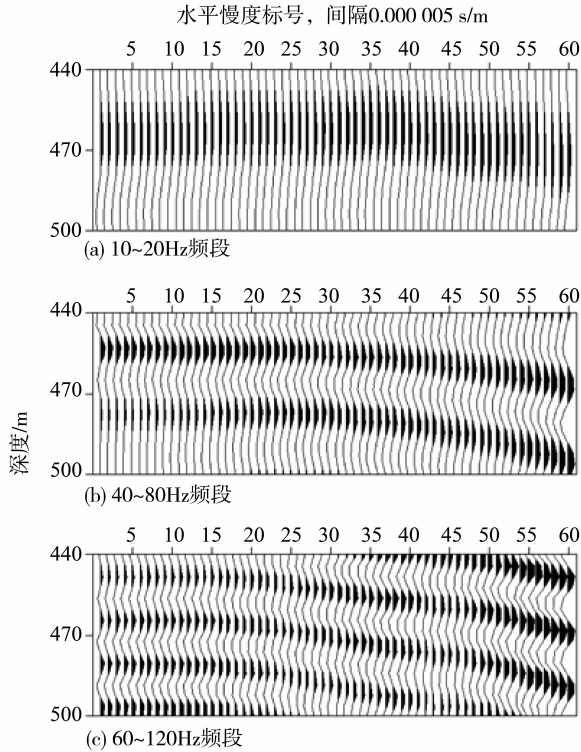


图 4 分别利用不同频段数据生成的梯度面板

Fig. 4 The gradient panels generated by the data with various frequencies

2) 浅层速度误差对深部层段不同频段的反演结果影响程度不同。对低频成分的反演结果影响较小，对高频成分的反演结果影响较大。这一结果表明不同频率成分具有不同的收敛区间。低频相对收敛范围大，不易陷入局部极值，相对高频而言对初值的要求较低。

3) 上述结论表明了分频反演的必要性。根据笔者提出的梯度面板中同相轴的一致性，可确定选择的分频反演的频带是否适合于当前的反演阶段。如对本文所做模型测试而言，40~80、60~120 Hz 这两个频段的数据是不适合参与当前的反演的。因为对波形反演而言，高频成分的反演只能在模型的低波数成分准确到能够使得实测数据与正演模拟数据相差不超过 1/2 周期的情况下才能得到较好的效果。就本例而言，应在利用数据的低频成分将模型的低波数成分修正到足够合理的情况下才能允许更高频段的数据参与到反演过程中来。高频成分数据

的过早参与易使模型参数的修正向错误的方向发展，且该错误可能在后期的反演过程中难以修正。

2.3 分段反演中可稳定反演深度的确定

关于反演深度，通常有 2 种做法：所有深度参数的同时反演和由浅到深的逐段反演。笔者更倾向于后一种做法。依据主要有如下 2 个方面：

1) 在前文利用梯度面板对分频反演中的频带合理性验证部分，已经表明浅层模型的误差会对深层利用不同频带数据反演的结果产生影响，其中对高频频带的影响较对低频频带的影响大。这表明在浅层存在误差的情况下反演深层，则反演出的深层参数中对应低频部分可信度相对较高，高频部分可信度相对较低。如浅层的误差较大，则反演出的深层参数中的低频信息也将变得不可信（具体取决于梯度面板上同相轴的偏离量是否大于 1/2 波长）。

2) 反演通常是利用观测数据和模拟数据的残差来反求模型的更新量，因此如果浅层的初始模型与真实模型一致的话，则浅层产生的多次波在数据残差中就会消去，从而不会对深层参数的反演造成影响。换言之，浅层模型的误差将使得深层部位被浅层的多次波残差影响。笔者采用模型进行了分析，纵波背景速度取为 3 000 m/s，真实速度取为在背景速度的 160 m 和 320 m 处速度分别增加和减少 1 000 m/s，两界面的存在为各种多次波的形成创造了条件。对应的梯度面板见图 5 所示。

从图中可以看出，除在浅层的 160 m 和 320 m 处（图中黑色箭头所示处）梯度面板指示有明显的模型更新量外，在 500 m 以下的深部梯度面板同样有代表模型更新量存在的波形，此即为浅层速度模型的不准确带来的多次波残差对深层的影响。由上可知，浅层模型的误差会对深层产生较大的影响。因此，在浅层反演结果较好的基础上反演深层会有较好的反演效果。

判断当前反演深度是否合适的一个依据是梯度面板同相轴横向上的一致性。如果从浅到深梯度面板上同相轴的一致性都较好，则表明同时反演所有深度的参数是合适的。如果梯度面板上出现不好的层段，这时应暂不反演该层段深度以下的参数，而应致力于先得到该层段稳定可靠的反演结果。

依此原理，由浅到深根据梯度面板上同相轴的一致性确定当前可稳定反演的深度，可给出由浅到深的分段反演的各深度量化指标。依此给出的各深度量化指标，等浅层参数反演好之后再反演深层参数，既避免了浅层参数的误差引起的浅层多次波残

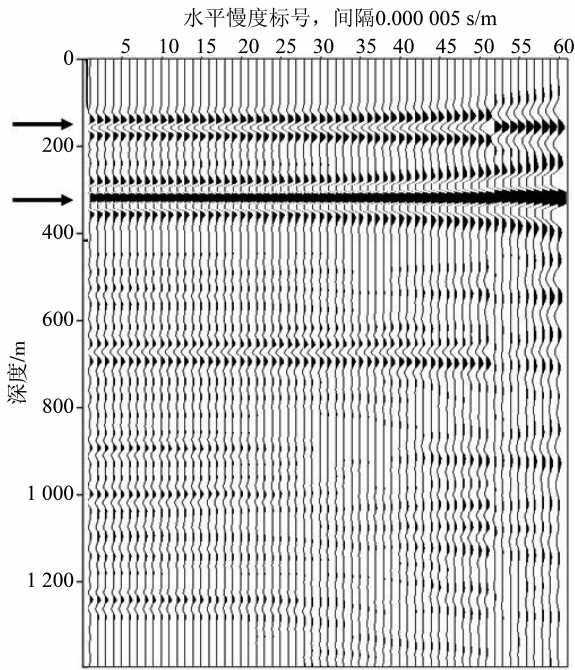


图 5 浅层速度不正确对深层梯度面板的影响

Fig. 5 the influence of wrong shallow velocity on the gradient panel corresponding to the deep layer

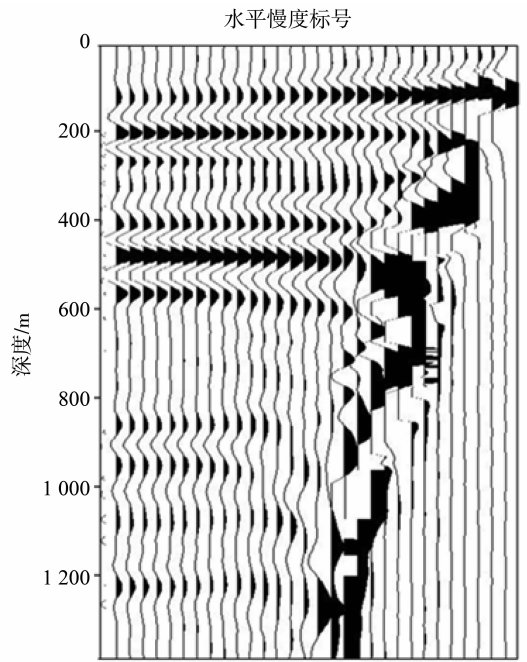


图 6 折射及超临界反射波在梯度面板上的特征

Fig. 6 The characteristic of refraction and post-critical reflection wave in gradient panel

差在深层梯度面板中产生的影响, 便于根据梯度面板中深层同相轴的特征对深部层段的参数调整方向进行分析; 也避免了浅层参数的误差对利用不同频段数据反演深层参数的影响。既能保证反演序列的稳定可靠, 又能节省计算量。

2.4 参与反演的慢度 (角度) 成分选择

本文中正演模拟采用反射率法, 模拟结果在频率-水平慢度域显示。不同慢度的数据对应不同角度的入射波, 因此可采用分慢度反演策略。横向上前几道的小慢度数据代表近垂直入射的波, 慢度逐渐增大代表在临界反射前入射角逐渐增大的入射波。慢度继续增加则代表超临界反射及折射波。在梯度面板上 (见图 6), 折射波及超临界反射波对应的梯度特征不同于临界反射前的反射波, 表现为低频率大振幅, 使得在大慢度数据处梯度的一致性变差。且随着深度加深, 折射波及超临界反射波对梯度的影响出现在更小的慢度分量上。因此在叠加形成总梯度的过程中应尽量去除折射波及超临界反射波的贡献。此外对于深浅层反演选取的慢度成分应有所区别, 对浅层反演而言, 可选取较多的慢度成分, 对深层反演而言, 选取的慢度成分应逐渐减少。

3 反演测试与讨论

针对图 1 所示的纵波参数模型进行了反演试验。在反演过程中利用梯度面板的特征, 对反演的深度、利用的数据频段和角度 (水平慢度) 进行选择, 对反演的初值进行合理性评估, 以保证每一步迭代反演的质量。反演是在分层的基础上进行的。在分层反演的基础上进行分频反演和分慢度反演。在分频反演中从低频开始逐渐放宽利用的数据频段, 利用的数据频段据梯度面板的特征决定。在分慢度反演中, 针对浅层采用较多的慢度分量, 针对深层则采用较少的慢度分量。反演的几个中间结果见图 7 所示。第一道为初始模型, 最后一道为真实速度模型。中间的三道为反演的几个中间结果。第二和第三道是仅针对浅层反演得到的结果 (反演深度 600 m)。其中第三道相比第二道具有更高的频率成分, 见图中红色方框所示部分。第四道是在浅层反演合适的基础上针对全部层段反演的最终结果。相对第三道而言也具有更高的频率成分, 见图中红色椭圆框所示部分。仔细比较反演的最终结果与真实速度模型, 二者的相似度较高, 仅在少数部位存在误差, 见图中红色平行四边形框所示部分。针对模型的测试实验表明利用梯度面板对反演的中间结果进行质量控制是可行的。

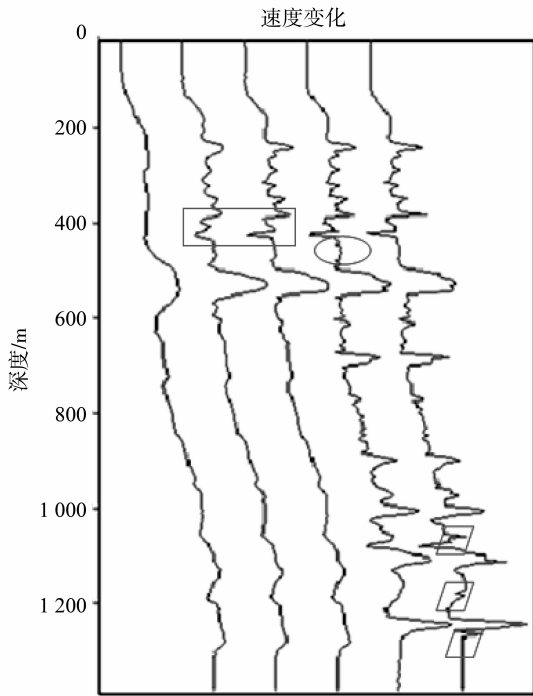


图 7 反演的几个中间结果

Fig. 7 The few middle results of inversion

对反演的质量控制有很多侧面。笔者利用梯度面板，仅从反演初值、频带选择、层段选择和慢度选择等几个角度探讨了对单参数反演过程的质量控制问题。在更为复杂的多参数联合反演及利用实际资料的具体应用过程中还有很多问题可以讨论和分析，如多参数联合反演中的参数耦合问题、数据中存在的噪音问题、子波的影响等问题。在以后的工作中将进一步完善和展开。

4 结 论

反演是一个复杂的系统。对反演的过程进行质量控制是一个使反演更加稳健的有效措施。反演的质量控制有很多的侧面。本文仅利用梯度面板作为工具来探讨对反演的质量控制，研究反演的质量控制对推动波动方程反演的实用化具有重要意义，针对模型的测试实验表明利用梯度面板对反演的中间结果进行质量控制是可行的。

梯度面板对反演的质量控制主要体现在如下几个方面：① 对反演初值的合理性进行评估，并可根据梯度面板上同相轴的上弯和下弯确定参数的修改方向；② 对数据频段选择的合理性进行评估，排除梯度面板上同相轴横向上的偏离量超过 $1/2$ 波长的频段数据参与当前阶段的反演；③ 对当前反演的深度的合理性进行评估，确定当前能可靠反演的深度；④ 确定参与反演的数据的角度，排除折

射及超临界反射波的影响。

总的来说，梯度面板可用于明确在当前反演阶段适合参与反演的数据成分，排除那些影响反演收敛或不适合在当前阶段参加反演的数据。梯度面板上同相轴的特征表征参数选择的合理性。参数选择合理则当前反演的质量可控，反演质量可控才能确保反演的过程是在逐步收敛或在向良性的状况发展，而不是逐渐走向混沌。

参考文献：

- [1] 张宝金. 地震波参数反演及其可信度分析[D]. 上海: 同济大学, 2003: 74 - 75.
- [2] KENNETT B L N. Seismic Wave Propagation in stratified media[M]. London: Cambridge university press, 1983.
- [3] MALLICK S, FRAZER L N. Practical aspects of reflectivity modeling[J]. Geophysics, 1987, 52(10): 1355 - 1364.
- [4] TARANTOLA A. A strategy for nonlinear elastic inversion of seismic reflection data[J]. Geophysics, 1986, 51(10): 1893 - 1903.
- [5] KORMENDI F, DIETRICH M. Nonlinear waveform inversion of screen-wave seismograms in stratified elastic media[J]. Geophysics, 1991, 56(5): 664 - 674.
- [6] DIETRICH M, KORMENDI F. Perturbation of the screen-wave reflectivity of a depth-dependent elastic medium by weak inhomogeneities[J]. Geophys J Int, 1990, 100, 203 - 214.
- [7] 于建国, 韩文功, 刘力辉. 分频反演方法及应用[J]. 石油地球物理勘探, 2006, 41(2): 193 - 197.
- [8] 丁继才, 常旭, 刘伊克, 等. 反射地震数据的逐层波形反演[J]. 地球物理学报, 2007, 50(2): 574 - 580.
- [9] BUNKS C, SALECK F M, ZALESKI S, et al. Multiscale seismic waveform inversion[J]. Geophysics, 1995, 60(5): 1457 - 1473.
- [10] PAN J, WANG X J, ZHANG X K, et al. 2D multi-scale hybrid optimization method for geophysical inversion and its application[J]. Applied geophysics, 2009, 6(4): 337 - 348.
- [11] 马坚伟, 杨慧珠, 朱亚平. 地震波形多尺度反演的一点讨论[J]. 地球物理学进展, 2000, 25(4): 55 - 61.
- [12] 李清仁, 张向君, 易维启, 等. 波动方程多尺度反演[J]. 石油地球物理勘探, 2005, 40(3): 273 - 276.
- [13] PRATT R G. Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography, Part II: Elastic wave-equation method[J]. Geophysical Prospecting, 1990, 38: 311 - 329.