

# 以障碍物凸角点为中继源的欧氏距离变换算法\*

张青年

(中山大学地理科学与规划学院, 广东 广州 510275)

**摘要:** 已有的测地距离变换算法顾及了障碍物的影响, 但存在较大的距离误差。针对这一问题, 提出了一种在障碍空间中进行精确的测地距离变换的蛮力算法。该算法将障碍物的凸角点视为中继源, 利用中继源计算特征像元到障碍物背后的背景像元的最短可通行距离。与已有的测地距离变换算法不同, 该算法选取的中继源位于最短距离传播路径上, 偏移量为零。实验结果表明, 该算法不存在距离计算误差, 其距离准确性不受障碍物数量、位置和形状的影响。

**关键词:** 障碍空间; 测地距离; 距离变换; 可见性

**中图分类号:** P208 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579(2013)06-0001-06

## Euclidean Distance Transform Algorithm Using Convex Corners of Obstacles as Relay Sources

ZHANG Qingnian

(School of Geography and Planning, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

**Abstract:** The existing geodesic distance transform algorithms consider the influence of obstacles, but the calculated distances have errors. A brute-force algorithm is suggested for accurate geodesic distance transform in a space with obstacles in this paper. It takes the convex corners on obstacles as relay sources to calculate the length of the shortest passable path from foreground pixels to background pixels behind the obstacles. The relay sources of this algorithm lie on the shortest passable paths from foreground pixels to background pixels, and thus distance errors are avoided, better than other relay sources suggested in the existing geodesic distance transform algorithms. Experimental results show that there is no distance error in the new algorithm, and it is applicable for distance transform in space with obstacles in any shapes.

**Key words:** obstacle space; geodesic distance; distance transform; visibility

距离变换是一种计算背景像元的距离的过程, 其计算结果是一幅距离图像, 标识各个背景像元到最近的特征像元(源)的距离<sup>[1]</sup>。常用的距离有棋盘距离、街区距离、倒角距离和欧氏距离。其中, 棋盘距离、街区距离、倒角距离等非欧氏距离是对欧氏距离的一种近似。已有的欧氏距离变换算法在提高距离变换的精确性、简单性和时间效率等方面进行了大量研究<sup>[2-12]</sup>。但这些距离变换算法通常都没有考虑障碍物的阻隔作用, 所得距离为两

点间的直线距离。在存在河流、山丘等障碍物的地理空间中, 两点间的实际可通行路径需要绕过障碍物, 其路径长度大于直线距离。因此, 普通距离变换得到的距离值与实际可通行距离存在一定差距。

如果一个地理空间中存在若干个障碍物, 该地理空间是一个非凸域。非凸域中两点之间的距离被称为“测地距离(geodesic distance)”, 也称为“大地距离”<sup>[13]</sup>。如图1所示, 面目标A中有一个洞。对于面目标A而言, A中任意两个相异点 $P_1$

\* 收稿日期: 2013-06-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40971210)

作者简介: 张青年(1968年生), 男, 研究方向: 制图综合和地理信息系统; E-mail: zqzsu@163.com

和  $P_2$  之间的测地距离为包含于  $A$  中的该两点间最短路径的长度。相应地, 非凸域中的距离变换被称为“测地距离变换 (geodesic distance transform)”<sup>[14]</sup>。

目前已有少数学者研究了测地距离变换算法<sup>[14-18]</sup>。其中, 文献 [14-17] 采用了以源为中心的圈层传播算法, 文献 [18] 采用了光栅扫描算法。文献 [17-18] 都引入了中继源来计算测地距离。但由于中继源并不在最短距离传播路径上, 因而存在较大的计算误差。

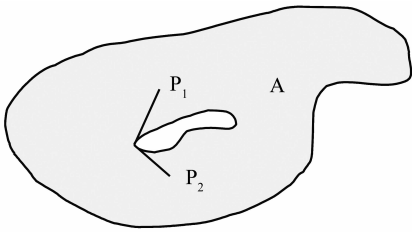


图 1 测地距离  
Fig. 1 Geodesic distance

本文将障碍物凸角点作为中继源, 采用蛮力算法进行测地距离变换。由于障碍物凸角点位于计算测地距离的最短路径上, 因此距离偏移量为 0。本文首先讨论测地距离变换中的中继源选择问题, 然后利用障碍物凸角点设计了新的测地距离变换算法, 再后分析了新算法的实验结果。

## 1 距离传播路径上的中继源

距离变换可以看作是一个将光线从源逐步传递到周围的背景像元并计算源到背景像元的距离的过程。为简便起见, 本文将这一过程称为距离传播。在障碍空间中, 从源出发的光线必须绕过障碍物才能到达位于障碍物背后的像元。在前人的研究中, 都是将障碍物附近的某个背景像元作为中继源, 从源出发沿直线路径到达中继源, 再经其他中继源沿直线路径到达目标像元。例如, 文献 [17] 将障碍物背后的某个背景像元设置为中继源, 称为局部最近的不可见像元 (Locally Nearest Hidden Pixel, LNHP)。LNHP 需同时满足 5 个条件: 属于背景像元、有一个 8-邻居为障碍物像元、被障碍物遮挡、有一个 8-邻居为背景像元, 到源的距离小于 8 个邻居像元的距离。

不过, 将背景像元 (实际上是背景像元的中心点) 作为中继源将引入计算误差。例如, 尽管 LNHP 的选取条件很严格, 但基于 LNHP 的计算结

果仍存在较大误差。如图 2 所示, 图像中部有一行障碍物像元, 其左下侧的背景像元被遮挡, 像元  $P$  是一个 LNHP。依据 LNHP 的距离计算公式进行计算,  $P$  的距离为  $\sqrt{2.5^2 + 3.5^2} + \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} = 5.008$ 。背景像元  $Q$  相对于源  $O$  不可见, 其绕过障碍物的最短路径为  $OC_{B0}C_{B3}Q$ , 即经过像元  $B$  的角点  $0$  和角点  $3$ , 可得  $O$  到  $Q$  的最短可通行距离为  $\sqrt{2.5^2 + 3.5^2} + 1 + \sqrt{1.5^2 + 0.5^2} = 6.882$ 。采用基于 LNHP 的距离变换算法, 计算以  $P$  为中继源到达  $Q$  的距离为  $5.008 + \sqrt{2^2 + 1^2} = 7.244$ 。显然, 基于 LNHP 的计算距离比实际最短距离大 0.362。

类似地, 以障碍物前方或后方的其他背景像元为中继源也会存在计算误差<sup>[18]</sup>。产生距离误差的原因在于从源到障碍物后方的背景像元的最短距离传播路径不经过作为中继源的背景像元的中心点。

实际上, 最短距离传播路径经过障碍物的凸角点, 在凸角点处发生转折。例如, 在图 2 中, 从源  $O$  到背景像元  $Q$  的最短可通行路径在障碍物像元  $B$  的角点  $0$  和角点  $3$  处发生转折。障碍物像元  $B$  位于一个条带状障碍物的端点处, 而其角点  $0$  和  $3$  是像元  $B$  上的两个凸角。因此, 本文以障碍物的凸角点作为中继源, 使距离传播路径紧贴障碍物绕转到障碍物背后的不可见像元。

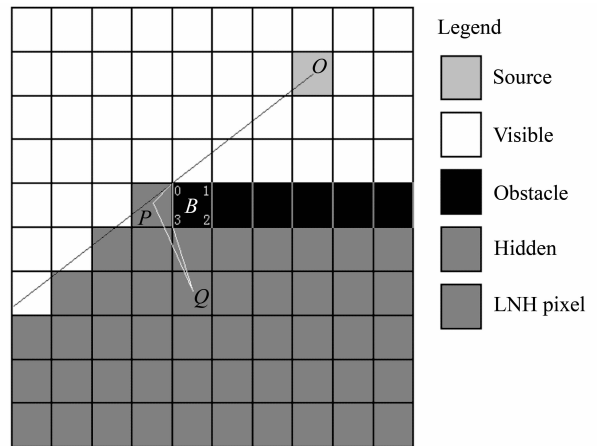


图 2 LNHP 和距离误差  
Fig. 2 LNHP and distance error

## 2 测地距离变换新算法

新算法将障碍物凸角点作为中继源, 在可见性判断基础上采用蛮力算法计算障碍物凸角点和各个像元到源的测地距离。

### 2.1 障碍物凸角点的识别

一种方法是将障碍物像元转换为矢量图形, 再

利用多边形顶点凸凹性识别算法提取障碍物凸角点。可将障碍物像元表示成矢量单元格，再将相邻的矢量单元格合并成一个障碍物多边形，即可分析多边形边界上各个顶点的凸凹性，从而提取障碍物凸角点。

本文不进行栅-矢转换，而是直接依据障碍物像元的邻接关系提取障碍物的凸角点。显然，障碍物的凸角点位于障碍物边缘，其所在的障碍物像元必须与背景像元（或源）相邻。进一步分析，凸角点位于障碍物边缘的凸起处，也就是该角点位于 1 个障碍物像元和 3 个背景像元的交点处。设存储图像的数组为  $P [M, N]$ ，像元的左上角、右上角、右下角和左下角分别编号为 0、1、2 和 3，对于任意像元  $P [i, j]$ ，采用以下准则进行判断：

```

if (P[i, j] 是障碍物)
{
    if (P [i, j-1]、P [i-1, j-1] 和 P [i-1, j] 都不是障碍物)
        { P [i, j] 的角点 0 为凸角点; }
    if (P [i-1, j]、P [i-1, j+1] 和 P [i, j+1] 都不是障碍物)
        { P [i, j] 的角点 1 为凸角点; }
    if (P [i, j+1]、P [i+1, j+1] 和 P [i+1, j] 都不是障碍物)
        { P [i, j] 的角点 2 为凸角点; }
    if (P [i, j-1]、P [i+1, j-1] 和 P [i+1, j] 都不是障碍物)
        { P [i, j] 的角点 3 为凸角点; }
}
    
```

如图 3 所示，像元 A 的角点 0 和 3、像元 D 的角点 3、像元 E 的角点 2、像元 I 的角点 1 和 2 将被识别为障碍物凸角点。

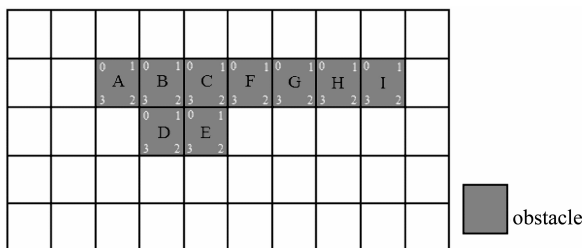


图 3 障碍物的凸角点

Fig. 3 Convex corners on obstacles

### 2.2 可见性判断方法

在距离传播计算过程中，必须检测源（或中继源）相对于目标像元是否可见。若源（或中继

源）可见，则沿直线路径传播距离到目标像元；否则，需引入新的中继源，距离传播路径在障碍物附近发生转折，并经过中继源继续传播距离到目标像元。

可见性判断算法有文献[16]基于障碍物的角度排序的测试算法，文献[17]基于 LNHP 的障碍物遮蔽角的测试算法，以及文献[18]基于直线全路径栅格化的公共源检测方法。由于文献[18]方法的检测对象可以是像元中心点、角点和其他任意点的点对，本文采用该方法判断可见性。其算法原理是从目标像元 P 开始向源 src 反向栅格化，检测 P 和 src 的连线是否经过障碍物像元。如果沿直线检测过程中遇到障碍物像元，则 src 对于 P 而言不可见；否则，没有遇到障碍物，则判定像元 src 相对于 P 可见。该算法并不需要检测 P 和 src 连线上的所有像元，其时间复杂度为常数阶<sup>[18]</sup>。如图 4 (a) 所示，从背景像元 P 开始朝着源 src 方向检测，在第一个转折处的两个像元的源都是 src，则可判定 src 对于 P 可见，退出检测过程。如图 4 (b) 所示，如果第一个转折处的两个像元不是障碍物但其源不都是 src，则继续向前检测，没有遇到障碍物，并且在第二个转折处的两个像元的源都是 src，可判定 src 对于 P 可见，退出检测过程。

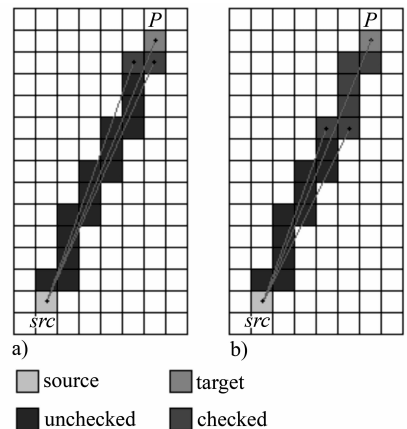


图 4 判断目标像元的可见性

Fig. 4 Check visibility of target pixel

### 2.3 距离计算步骤

首先计算各个中继源的测地距离，再逐个背景像元计算其距离。

1) 遍历中继源序列，计算其测地距离。

构造一个链表 srcList，其元素为结构类型 struct { IPoint pt; double dist; }。插入所有源和中继源，以下统称为“源”。其中，源的距离 dist 为

0, 中继源的距离  $\text{dist}$  初值为极大值  $D$ 。对  $\text{srcList}$  进行多轮遍历, 更新源的距离值, 直到距离没有变化为止。算法的基本流程如下:

```
do {
    置 flag 为 false;
    依次取 srcList 的元素 srcList [i];
    {
        依次取 srcList 的元素 srcList [j];
        {
            计算 newDist = srcList [j]. dist + srcList [j]. pt 与 srcList [i]. pt 之间的直线距离;
            if (newDist >= srcList [i]. dist) continue;
            判断 srcList [j] 对于 srcList [i] 是否可见;
            如果可见
            {
                srcList [i]. dist = newDist;
                置 flag 为 true;
            }
        }
    }
} while (flag)
```

2) 采取光栅扫描方式逐个像元计算其测地距离。算法的基本流程是:

```
逐行逐列遍历像元阵列元素 P [i, j];
{
    依次取 srcList 的元素 srcList [k];
    {
        if (P [i, j] 是障碍物像元) continue;
        计算 newDist = srcList [k]. dist + srcList [k]. pt 与 P [i, j] 之间的直线距离;
        if (newDist >= P [i, j]. dist) continue;
        判断 srcList [k] 对于 P [i, j] 是否可见;
        如果可见, 置 P [i, j]. dist = newDist;
    }
}
```

#### 2.4 时间复杂度分析

新算法包括三个过程: 识别中继源、计算中继源的测地距离、计算背景像元的测地距离。设像元总个数为  $n$ , 障碍物像元个数为  $m$ , 中继源个数为  $k$ 。显然,  $m \ll n$ ,  $k \ll m$ 。① 识别中继源的过程需遍历全部  $n$  个像元, 并对其中的障碍物像元的 4 个角点进行凸性判断。由于  $m \ll n$ , 凸性判断的次数可忽略不计。因此该过程的时间复杂度接近于  $O(n)$ 。② 中继源距离计算过程是一个双重循环, 其时间复杂度为  $O(f \cdot k^2)$ 。其中,  $f$  与可见

性判断有关。本文采用的可见性判断算法只需判断像元  $P$  与源  $\text{src}$  连线上的有限个像元, 其时间复杂度可视为一个常数  $C$ 。因此, 中继源距离计算的时间复杂度为  $O(Ck^2)$ 。③ 背景像元距离计算过程需对全部  $n$  个像元遍历一次, 并对每个像元计算  $k$  个距离值, 而遇到较小的新距离值时需要进行可见性判断。因此, 该过程的时间复杂度为  $O(Ckn)$ 。因此, 新算法总的时间复杂度为  $O(n + Ck^2 + Ckn)$ 。一般情况下,  $k^2 \ll n$ 。因此, 一般情况下新算法时间复杂度接近于  $O(n)$ 。

### 3 实验结果与分析

采用一幅  $256 \times 256$  大小的图像进行了实验。该图像有 1 个源, 3 个宽度为 3 个像元的障碍物。其中, 源的坐标为 (35, 175), 位于图像右上角。位于图像上半部的障碍物两端均为锯齿状, 中部有 U 形转折。位于图像左下部的障碍物呈直角形状, 右下部的障碍物是两个直角的组合物, 它们的端点是平直的。

新算法识别了障碍物的 20 个凸角。其中, 上半部、左下部和右下部的障碍物上各有 12、3 和 5 个凸角点。图像上的全部障碍物凸角点都被正确识别, 没有漏识别和错识别的凸角点。经过解析方法计算比较, 各个障碍物凸角点的距离计算误差为 0。具体情况见表 1 所示。

表 1 新算法凸角计算准确性

Table 1 Accuracy of computed convex corners		
项目	子项	值
凸角识别	查全率	100%
	查准率	100%
凸角距离	最大误差	0
	平均误差	0

新算法计算的距离图像如图 5 所示。在图像右上部, 等距离线在源附近呈圆环状分布。在图像上部障碍物的两端, 分别形成一个环状结构, 并在图像左下部汇合。图像左下角和右下角距离值最大。整幅图像的最大距离值为 570.131, 平均距离值为 277.934。

采用解析方法计算参考距离图, 并采用文献 [17] 中的 GDT-LNHP 算法和文献 [18] 中的光栅扫描法进行测地距离变换。其中, GDT-LNHP 算法是现有精度最高的测地距离变换算法<sup>[17]</sup>。将新算法与文献 [17-18] 算法分别与参考距离图进行比较,

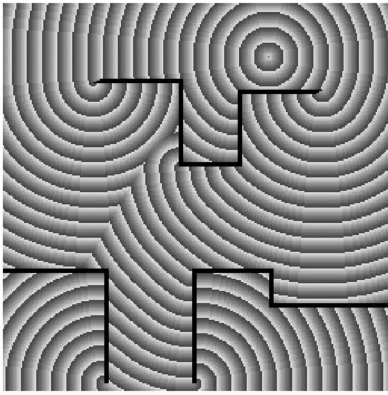


图 5 新算法计算的距离图像

Fig. 5 The distance image by the new algorithm

统计距离误差，见表 2 所示。已有算法的平均误差小于 0.5 个像元，但最大误差都接近或超过 1 个像元。新算法的最大误差和平均误差均为 0。可见，新算法的距离准确性优于已有算法。

表 2 GDT-LNHP 和光栅扫描法的距离计算误差  
Table 2 The errors for GDT algorithms

	最大误差	平均误差
GDT-LNHP	0.951	0.317
GDT 光栅扫描法	1.453	0.391
新算法	0	0

文献[17-18]算法的距离误差的空间分布见图 6。新算法不存在距离误差。从图 6 可以看出，文献[17-18]的算法的最大距离误差方向略有差异。其中，文献[18]算法在紧靠障碍物背后位置的距离误差较大。

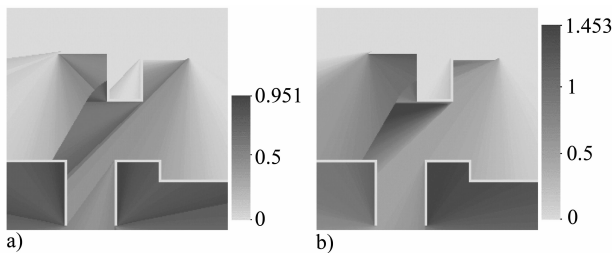


图 6 GDT-LNHP 和光栅扫描算法的误差分布

Fig. 6 Absolute differences for GDT-LNHP and raster scan algorithm

此外，还采用新算法在一些复杂非凸域中进行了距离变换实验，部分结果见图 7。在图 7 中，有一个带分岔的开敞空间，其外围是封闭区域。开敞空间为背景区域，封闭区域为障碍物。在开敞空间

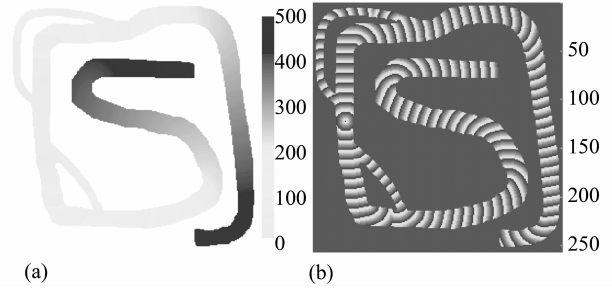


图 7 新算法在非凸域内的距离变换

Fig. 7 Distance transform in a non-convex domain by the new algorithm

中的两个分岔附近设一个源，计算开敞空间中各处到源的测地距离。采用新算法计算的最大距离为 497.284，平均距离为 230.446，如图 7 (a) 所示；将距离值按间距 10 分段，各距离段的可视化结果如图 7 (b) 所示。从图 7 (a) 看，开敞空间中离源越远的位置的距离越大。从图 7 (b) 看，距离等值线在直线段开敞空间呈较规则的环状分布，在弯曲段和分岔口则呈现为扭曲的环状。该图的距离值与实际相符。

## 4 结 论

根据上述距离变换研究和实验，可以得到以下结论：① 新算法以障碍物凸角点为中继源，中继源位于最短距离传播路径上，不存在距离偏差，从而避免了中继源设置不当引入的附带误差。② 新算法计算的距离值准确，其距离误差是 0 个像元。距离值的精度仅与像元的大小有关。③ 新算法的时间复杂度接近于  $O(n)$ 。其中，线性阶  $n$  有一个与障碍物凸角点个数有关的系数。当障碍物凸角点的个数较多时，该系数较大。④ 新算法可应用于二维障碍空间中的距离变换。其距离准确性不受障碍物数量、位置和形状的影响。

## 参考文献：

[1] ROSENFELD A, PFALTZ J. Sequential operations in digital pictures processing [J]. Journal of the ACM, 1966, 13(4): 471-494.

[2] BORGEFORS G. Distance transformations in digital images[J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1986, 34(3): 344-371.

[3] PAGLIERONI D W. A unified distance transform algorithm and architecture[J]. Machine Vision and Applications, 1992, 5(1): 47-55.

## 参考文献:

- [1] 陈军. 论数字化地理空间基础框架的建设与应用[J]. 测绘工程, 2002, (03): 1-6.
- [2] UITERMARK H T, VAN OOSTEROM P J M, MARS N J I. Propagating updates: Finding corresponding objects in a multi-source environment [C]// Proceedings of the 8th International Symposium on Spatial Data Handling, Vancouver, Canada, 1998:580-591.
- [3] FRITSCH D. GIS data revision-visions and reality[C]// Note speech in joint ISPRS commission workshop on dynamic and multi-dimensional GIS. Beijing:NGCC,1999.
- [4] 熊湘琛, 张新长, 曹凯滨. 城市基础地形数据增量更新研究[J]. 测绘通报, 2009, (03): 24-26.
- [5] 孙英杰. 基于变化信息文件的增量更新方法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2008.
- [6] 李德仁. 利用遥感影像进行变化检测[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2003, (S1): 7-12.
- [7] 张剑清, 朱丽娜, 潘励. 基于遥感影像和矢量数据的水系变化检测[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2007, (8): 663-666.
- [8] 张新长, 郭泰圣, 唐铁. 一种自适应的矢量数据增量更新方法研究[J]. 测绘学报, 2012, 41(4): 613-619.
- [9] 钟巧华. 数据仓库的数据抽取技术研究[J]. 计算机工程, 2004, (S1): 62-63.
- [10] 章水鑫, 徐宏炳, 于立. 增量式 ETL 工具的研究与实现[J]. 现代计算机:专业版, 2005, (03): 6-10.
- [11] 刘伟, 佟俐鹃. 异构数据库集成中的变化捕获方案设计[J]. 计算机应用研究, 2005, (07): 213-215.
- [12] 吴建华, 傅仲良. 数据更新中要素变化检测与匹配方法[J]. 计算机应用, 2008, (06): 1612-1615.
- [13] 徐凯. 基于网格索引的几何匹配算法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2009.
- [14] 万远, 李霖, 应申. 地理信息数据变化检测系统的研究与实现[J]. 计算机工程, 2010, (09): 4-6+13.
- [15] 王育红, 陈军. GIS 客户数据库更新的基本问题[J]. 地理信息世界, 2008, (01): 5-12.
- [16] 汤国安, 杨昕. ArcGIS 地理信息系统空间分析实验教程[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2012, 153.
- [17] 黄杏元, 马劲松, 汤勤. 地理信息系统概论[M]. 修订版. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- [18] CHENG C, LU F, CAI J A. Quantitative scale-setting approach for building multi-scale spatial databases[J]. Computers and Geosciences, 2009, 35(11): 2204-2209.
- [4] SAITO T, TORIWAKI J. New algorithms for euclidean distance transformation of an n-dimensional digitized picture with applications[J]. Pattern Recognition, 1994, 27(11): 1551-1565.
- [5] FABBRI R, COSTA L D F, TORELLI J C et al. 2D Euclidean distance transform algorithms: A comparative survey[J]. ACM Computing Surveys, 2008, 40(1): 1-44.
- [6] 陈岐. 完全欧几里德距离变换的最优算法[J]. 计算机学报, 1995, 18(8): 611-616.
- [7] 王钰旋, 李文辉, 庞云阶. 基于围线追踪的完全欧氏距离变换算法[J]. 计算机学报, 1998, 21(3): 217-222.
- [8] 任勇勇, 潘泉, 张绍武, 等. 基于围线分层扫描的完全欧氏距离变换算法[J]. 中国图像图形学报, 2011, 16(1): 32-36.
- [9] LUCET Y. New sequential exact Euclidean distance transform algorithms based on convex analysis [J]. Image and Vision Computing, 2009, 27(2): 37-44.
- [10] 徐达丽, 任洪娥, 徐海涛, 等. 基于链码技术的距离变换改进算法[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(25): 176-178.
- [11] 陆宗骥, 朱煜. 用带形状校正的腐蚀膨胀实现 Euclidean 距离变换[J]. 中国图像图形学报, 2010, 15(2): 294-300.
- [12] GUSTAVSON S, STRAND R. Anti-aliased Euclidean distance transform [J]. Pattern Recognition Letters, 2011, 32(2): 252-257.
- [13] 郭仁忠. 空间分析[M]. 武汉测绘科技大学出版社, 2000.
- [14] LANTUEJOU C, MAISONNEUVE F. Geodesic methods in quantitative image analysis[J], Pattern Recognition, 1984, 17(2): 177-187.
- [15] PIPER J, GRANUM E. Computing distance transformations in convex and non-convex domains [J]. Pattern Recognition, 1987, 20(6): 599-615.
- [16] COEURJOLLY D, MIGUET S, TOUGNE L. 2D and 3D visibility in discrete geometry: an application to discrete geodesic paths[J]. Pattern Recognition Letters, 2004, 25(5): 561-570.
- [17] CÁRDENES R, ALBEROLA-LÓPEZ C, RUIZ-ALZOLA J. Fast and accurate geodesic distance transform by ordered propagation [J]. Image and Vision Computing, 2010, 28(3): 307-316.
- [18] 张青年. 一种顾及障碍物的欧氏距离变换方法[J]. 中山大学学报:自然科学版, 2013, 52(1): 130-135.

(上接第 5 页)