

# 基于响应功率谱灵敏度分析的幕墙拉索损伤检测\*

陈伟欢<sup>1,2</sup>, 丁昌银<sup>1</sup>, 何炳泉<sup>1</sup>, 刘济科<sup>2</sup>  
(1. 广州机施建设集团有限公司, 广东 广州 510115;  
2. 中山大学应用力学与工程系, 广东 广州 510275)

**摘要:** 幕墙拉索是重要的工程构件, 为解决幕墙拉索的损伤检测问题, 从弦的强迫振动方程出发, 建立了其相应的有限元运动方程。将幕墙拉索的局部损伤模拟为弦单元面积的减少, 利用随机振动的虚拟激励法, 得到平稳随机激励下结构响应的功率谱密度函数对弦单元面积的灵敏度, 采用有限元模型修正实现幕墙拉索的损伤识别。数值算例表明, 仅利用有限的几个传感器的频域数据, 就能够较好地识别幕墙拉索损伤, 并且对模拟的人工噪声不敏感, 具有一定的工程实用前景。

**关键词:** 幕墙拉索; 损伤检测; 功率谱; 灵敏度分析; 虚拟激励

**中图分类号:** TB122   **文献标志码:** A   **文章编号:** 0529-6579(2015)02-0019-05

## Damage Identification of Curtain Wall Cable Based on Sensitivity Analysis of Response Power Spectral Density

CHEN Weihuan<sup>1,2</sup>, DING Changyin<sup>1</sup>, HE Bingquan<sup>1</sup>, LIU Jike<sup>2</sup>

(1. Guangzhou Jishi Construction Group Co. Ltd., Guangzhou 510115, China;

(2. Department of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

**Abstract:** Curtain wall cable is an important engineering structure. Aiming at the damage detection of curtain wall cable, finite element method was used for the forced vibration analysis of string structures. The dynamic response sensitivity with respect to the physical parameter, such as elemental cross-sectional area, was derived. The sensitivity of the response power spectral density with respect to elemental cross-sectional area under stationary random excitations is obtained using pseudo excitation method. Then finite element model updating method is adopted to identify the curtain wall cable damage. Numerical simulation shows that satisfactory identification results can be obtained from the power spectral density of response data of several accelerometers and the proposed method is insensitive to the measurement noise. It has the potential for practical application.

**Key words:** curtain wall cable; damage identification; power spectral density; sensitivity analysis; pseudo excitation method

拉索玻璃幕墙采用单索及由其组成的索网结构, 由于它减轻了建筑的自重, 将结构功能与建筑装饰功能有机地融合为一体, 具有视线通透, 简洁明快, 建筑内外空间贯通的整体美感, 达到独特的

建筑艺术效果, 受到人们的关注<sup>[1-2]</sup>。拉索是此类幕墙结构的重要组成部分, 其损伤状况直接威胁到幕墙整体结构的整体安全性, 有必要寻求有效的方法, 用于检测这类弦结构的损伤。基于振动的结构

\* 收稿日期: 2014-07-15

基金项目: 越秀区科技资助项目(2013-GX-002); 中国博士后科学面上基金资助项目(2013M531893); 国家自然科学基金青年基金资助项目(11102045)

作者简介: 陈伟欢(1983年生), 男; 研究方向: 结构损伤检测; E-mail: chwh83@163.com

损伤识别法具有非破坏性、方便、快速和廉价的优点,已经广泛应用到各类结构的损伤检测中<sup>[3-9]</sup>,然而将其应用在幕墙结构的损伤识别中较少。

为解决幕墙拉索的损伤检测问题,从拉索的强迫振动方程出发,建立了其相应的有限元运动方程。将幕墙拉索的局部损伤模拟为单元面积的减少,利用虚拟激励法推导了响应功率谱对弦单元面积的灵敏度,并利用此响应灵敏度进行幕墙拉索的局部损伤识别。对幕墙拉索结构单一和多个局部损伤进行了识别,同时研究了人工噪声对识别精度的影响。算例表明,本文方法能够有效地识别出幕墙拉索结构的局部损伤。

## 1 有限元运动方程

如图 1 所示,幕墙拉索可以简化为两端固支弦结构。该弦结构在外激励  $f(t)$  作用下的强迫振动微分方程可表示为

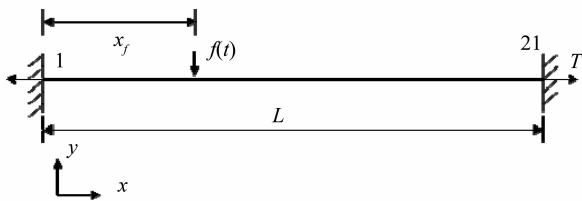


图 1 两端固支弦结构

Fig. 1 String system fixed at both ends

(1, 21 为有限元节点编号)

$$T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + c \frac{\partial y}{\partial t} - \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = f(t) \delta(x - x_f) \quad (1)$$

其中,  $T$  为弦的张力,  $c$  为弦的粘性阻尼参数,  $\rho$  为弦的密度,  $A$  为弦的横截面积。  $\delta(\cdot)$  为 Dirac Delta 函数。相应的边界条件为

$$y(0) = y(l) = 0 \quad (2)$$

通过有限元法离散,结构的强迫振动方程可以写成如下形式

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{F}(t) \quad (3)$$

这里,  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{C}$  分别是系统的质量矩阵,刚度矩阵和阻尼矩阵,采用常用的 Rayleigh 阻尼模型<sup>[10]</sup>,即

$$\mathbf{C} = a_1 \mathbf{M} + a_2 \mathbf{K} \quad (4)$$

其中  $a_1$  和  $a_2$  是常数,由与两个不等的振动模态频率  $\omega_i$ 、 $\omega_j$  和与之相对应的两个给定的阻尼比  $\xi_i$ 、 $\xi_j$  来确定,如下式所示

$$a_1 = \frac{2\omega_j\omega_i(\omega_j\xi_j - \omega_i\xi_i)}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \quad (5)$$

$$a_2 = \frac{2(\omega_j\xi_j - \omega_i\xi_i)}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \quad (6)$$

## 2 随机振动的虚拟激励法

虚拟激励法是近十几年来随机振动领域的一个突破性发展<sup>[11]</sup>,对推进随机振动成果实用性具有重要意义。本文讨论的随机激励主要为多点完全相干平稳激励,其他复杂情况暂不考虑。

### 2.1 结构受单点平稳激励

线性系统受到自谱密度为  $S_{ff}(\omega)$  的单点平稳随机激励  $f(t)$  时,其响应  $x$  的自功率谱  $S_{xx}(\omega)$  按式 (7) 应为

$$S_{xx} = |H|^2 S_{ff} \quad (7)$$

其中,频率响应函数  $H$  的意义如式 (8) 所示

$$x = H e^{i\alpha x} \quad (8)$$

显然,若构造一虚拟激励  $\tilde{f}(t) = \sqrt{S_{ff}} e^{i\omega t}$ ,则其响应量亦应乘以同一常数

$$\tilde{x} = \sqrt{S_{ff}} H e^{i\omega t} \quad (9)$$

由式 (9) 应有

$$\tilde{x}^* \tilde{x} = |\tilde{x}|^2 = |H|^2 S_{ff} = S_{xx} \quad (10)$$

其中, \* 表示共轭。

这样结构的随机响应功率谱就轻易求得了。只要响应与激励之间的关系是线性的,虚拟激励法就能应用。式 (10) 中没有对输入和输出是什么量作特别限制,也就是说激励可以是位移、速度、加速度或外力、扭矩等,响应则可任意为位移、内力或应变等等。

### 2.2 结构受多点完全相干平稳激励

在频域中求解线性结构平稳随机响应的传统公式为

$$\mathbf{S}_{xx} = \mathbf{H}^* \mathbf{S}_{ff} \mathbf{H}^T \quad (11)$$

其中  $\mathbf{S}_{ff}$  为已知的激励谱矩阵,  $\mathbf{H}$  为传递函数矩阵,  $\mathbf{S}_{xx}$  为待求的响应谱矩阵,上标 \* 和 T 分别表示矩阵的共轭和转置。

这时  $\mathbf{S}_{ff}$  可分解成下列形式

$$\mathbf{S}_{ff} = \alpha^* \alpha^T \mathbf{S}_0 \quad (12)$$

只要构造虚拟简谐激励

$$\tilde{f} = \alpha e^{i\omega t} \sqrt{S_0} \quad (13)$$

计算出简谐响应  $x$ , 即

$$x = b e^{i\omega t} \quad (14)$$

则

$$S_{xx} = x^* x^T = b^* b^T \quad (15)$$

事实上, 对简谐激励  $\tilde{f}$  而言

$$x = H\tilde{f} = H\alpha e^{i\omega t}\sqrt{S_0} \quad (16)$$

所以

$$b = H\alpha\sqrt{S_0} \quad (17)$$

从而

$$b^* b^T = H^* \alpha^* \alpha^T S_0 H^T = H^* S_{ff} H^T \quad (18)$$

比较式 (11), (18) 即证明了式 (15)。

### 3 损伤识别方法

#### 3.1 响应功率谱对于损伤参数的灵敏度

在反问题中, 利用基于响应功率谱灵敏度的有限元模型修正法进行幕墙拉索结构的损伤检测, 并采用弦单元横截面积减少来模拟某单元上的局部损伤, 并假定每个单元上弦的张力保持不变。

假设弦结构受自谱密度为  $S_{ff}$  随机平稳激励。将虚拟激励  $\tilde{f} = \alpha e^{i\omega t}\sqrt{S_0}$  作用在结构上, 则式 (3) 改写成

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = \tilde{f} \quad (19)$$

式 (19) 为结构受简谐激励受迫振动, 结构的简谐响应可由 (14) 和 (17) 求得。

为求得结构简谐响应对于结构单元面积的灵敏度, 方程 (19) 两边对结构单元面积求偏导, 有

$$M \frac{\partial \ddot{x}}{\partial \alpha^i} + C \frac{\partial \dot{x}}{\partial \alpha^i} + K \frac{\partial x}{\partial \alpha^i} = - \frac{\partial K}{\partial \alpha^i} x - \alpha_2 \frac{\partial K}{\partial \alpha^i} \dot{x} \quad (20)$$

这里,  $i = 1, 2, \dots, N_f$ ,  $n$  为结构的单元总数。  $\frac{\partial x}{\partial \alpha^i}$ 、

$\frac{\partial \dot{x}}{\partial \alpha^i}$ 、 $\frac{\partial \ddot{x}}{\partial \alpha^i}$  分别为位移、速度和加速度对结构单元面积的灵敏度。注意到方程 (20) 右边可写成简谐激励形式:

$$- \frac{\partial K}{\partial \alpha^i} x - \alpha_2 \frac{\partial K}{\partial \alpha^i} \dot{x} = \left( \frac{\partial K}{\partial \alpha^i} - i\omega\alpha_2 \frac{\partial K}{\partial \alpha^i} \right) H\alpha\sqrt{S_0} e^{i\omega t} \quad (21)$$

从而  $\frac{\partial x}{\partial \alpha^i}$ 、 $\frac{\partial \dot{x}}{\partial \alpha^i}$ 、 $\frac{\partial \ddot{x}}{\partial \alpha^i}$  可按照简谐振动的方法轻易求得。

结构的响应可以写成以下形式:

$$x = (c + d) e^{i\omega t} \quad (22)$$

$$\dot{x} = i\omega(c + d) e^{i\omega t} \quad (23)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2(c + d) e^{i\omega t} \quad (24)$$

结构简谐响应对结构单元面积的灵敏度可以写成以下形式:

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha^i} = \left( \frac{\partial c}{\partial \alpha^i} + \frac{\partial d}{\partial \alpha^i} \right) e^{i\omega t} \quad (25)$$

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial \alpha^i} = i\omega \left( \frac{\partial c}{\partial \alpha^i} + \frac{\partial d}{\partial \alpha^i} \right) e^{i\omega t} \quad (26)$$

$$\frac{\partial \ddot{x}}{\partial \alpha^i} = -\omega^2 \left( \frac{\partial c}{\partial \alpha^i} + \frac{\partial d}{\partial \alpha^i} \right) e^{i\omega t} \quad (27)$$

响应功率谱可以写成以下形式:

$$S_{xx} = x^* x^T = c^2 + d^2 \quad (28)$$

$$S_{\dot{x}\dot{x}} = \dot{x}^* \dot{x}^T = -\omega^2(c^2 + d^2) \quad (29)$$

$$S_{\ddot{x}\ddot{x}} = \ddot{x}^* \ddot{x}^T = \omega^4(c^2 + d^2) \quad (30)$$

响应功率谱对结构单元面积的灵敏度为:

$$\frac{\partial S_{xx}}{\partial \alpha^i} = \frac{\partial c^2}{\partial \alpha^i} + \frac{\partial d^2}{\partial \alpha^i} = 2 \left( c \frac{\partial c}{\partial \alpha^i} + d \frac{\partial d}{\partial \alpha^i} \right) \quad (31)$$

$$\frac{\partial S_{\dot{x}\dot{x}}}{\partial \alpha^i} = -\omega^2 \left( \frac{\partial c^2}{\partial \alpha^i} + \frac{\partial d^2}{\partial \alpha^i} \right) = -2\omega^2 \left( c \frac{\partial c}{\partial \alpha^i} + d \frac{\partial d}{\partial \alpha^i} \right) \quad (32)$$

$$\frac{\partial S_{\ddot{x}\ddot{x}}}{\partial \alpha^i} = \omega^4 \left( \frac{\partial c^2}{\partial \alpha^i} + \frac{\partial d^2}{\partial \alpha^i} \right) = 2\omega^4 \left( c \frac{\partial c}{\partial \alpha^i} + d \frac{\partial d}{\partial \alpha^i} \right) \quad (33)$$

#### 3.2 损伤参数的识别

为寻找结构单元面积  $\alpha^i$  使得计算出来的响应功率谱与测量的响应功率谱最好地匹配, 也就是:

$$\delta R = S_\alpha \delta \alpha \quad (34)$$

这里,  $\delta R = \delta(\hat{R} - R_{cal})$  是测量和计算响应的差值,  $S_\alpha$  是响应功率谱灵敏度矩阵  $S_\alpha$ , 响应功率谱灵敏度矩阵中的元素从 (29) 式获得, 例如, 在某个频点  $\omega_i$ , 加速度响应功率谱对损伤参数的灵敏度如下式所示:

$$S_{\omega=\omega_i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_{\dot{x}\dot{x}1}(\omega_i)}{\partial \alpha^1} & \dots & \frac{\partial S_{\dot{x}\dot{x}1}(\omega_i)}{\partial \alpha^i} & \dots & \frac{\partial S_{\dot{x}\dot{x}1}(\omega_i)}{\partial \alpha^n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial S_{\dot{x}\dot{x}i}(\omega_i)}{\partial \alpha^1} & \dots & \frac{\partial S_{\dot{x}\dot{x}i}(\omega_i)}{\partial \alpha^i} & \dots & \frac{\partial S_{\dot{x}\dot{x}i}(\omega_i)}{\partial \alpha^n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial S_{\dot{x}\dot{x}n}(\omega_i)}{\partial \alpha^1} & \dots & \frac{\partial S_{\dot{x}\dot{x}n}(\omega_i)}{\partial \alpha^i} & \dots & \frac{\partial S_{\dot{x}\dot{x}n}(\omega_i)}{\partial \alpha^n} \end{bmatrix} \quad (35)$$

结构单元面积增量向量  $\delta \alpha$  可以直接用最小二乘法求得, 即

$$\delta \alpha = S_\alpha^T S_\alpha^{-1} S_\alpha^T \delta R \quad (36)$$

在实际损伤检测中, 这样直接用最小二乘法一般得不到有界解, 因而得不到有效解, 但采用阻尼最小平方法可以获得有效的有界解<sup>[12]</sup>

$$\delta \alpha = (S_\alpha^T S_\alpha + \lambda I)^{-1} S_\alpha^T \delta R \quad (37)$$

这里,  $\lambda$  是正则化参数, 本章应用  $L$  曲线方法<sup>[13]</sup> 获得最优的正则化参数  $\lambda$ 。

修正后的结构单元面积向量为

$$\alpha = \alpha_0 + \delta \alpha \quad (38)$$

其中,  $\alpha_0$  是没有损伤时结构的单元面积。

### 3.3 损伤参数识别的迭代算法

对于激励谱、结构未损模型和结构损伤后测量响应功率谱 (以加速度响应功率谱为例) 已知, 识别结构损伤参数可通过以下迭代步骤获得:

第一步: 由式 (30) 计算给定激励谱下的初始结构 (无损伤结构) 的响应功率谱, 并进一步由方程 (33) 计算响应功率谱对损伤参数的灵敏度, 形成灵敏度矩阵;

第二步: 通过方程 (34) 得到测量响应功率谱与计算响应功率谱的差值  $\delta R$ ;

第三步: 由方程 (37) 计算损伤参数的增量  $\delta\alpha$  并利用方程 (38) 计算修正后的损伤参数  $\alpha$ ;

第四步: 重复第一步到第三步, 直到前后两步骤的增量  $\delta\alpha$  达到一个很小的误差容许值, 即:

$$\left\| \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_k}{\alpha_{k+1}} \right\| \leq \text{Tolerance} \quad (39)$$

本文中, Tolerance 取为  $10^{-6}$ 。

## 4 数值算例

如图 1 所示, 将某一幕墙拉索简化为两端固支的弦结构, 经过有限元离散为 20 个均匀弦单元。假定系统参数为: 弦的张力  $T = 10^4$  N, 密度  $\rho = 2\ 800$  kg/m<sup>3</sup>, 弦的长度  $L$  为 20 m, 横截面面积为 0.000 1 m<sup>2</sup>。假定有一白噪声外激励沿  $y$  轴负方向作用在弦第 3 个节点上。

### 4.1 算例 1: 单一损伤的检测

首先研究单一损伤的检测, 假定弦的第 6 个单元的面积减少 15% 来模拟局部损伤。本文中, 仅利用位于第 5、8 和 12 个节点上的 3 组加速度响应功率谱来进行损伤检测。在这个算例中, 不考虑模拟测量噪声的影响。经过 23 次迭代, 结果如图 2 所示。该图表明结构上的单一局部损伤被成功的检测出来, 并且没有出现误判现象, 检测的误差为 0.0%。该算例表明本文方法能够成功的检测出结构的单一局部损伤。

### 4.2 算例 2: 多损伤的检测

研究多损伤检测。假设结构第 7 和 14 两个单元的面积分别减少 15% 和 8%。用于检测损伤的加速度响应功率谱同算例 1。在这个算例中也不考虑测量噪声。经过 26 次迭代, 结果如图 3 所示。该图表明结构上的局部损伤被成功的检测出来, 并且没有出现误判现象, 检测的最大误差为 0.2%, 其他无损单元的最大误差为 0.5%。该算例表明本文方法能够成功的检测出结构多个位置的局部损伤。

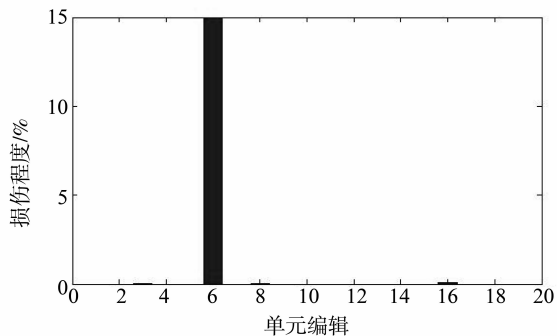


图 2 单一损伤的检测

Fig. 2 Identification of a single damage

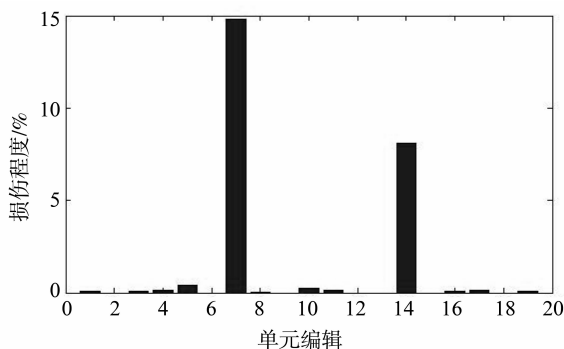


图 3 多损伤检测

Fig. 3 Identification of multiple damages

### 4.3 算例 3: 测量噪声的影响

研究测量噪声对损伤检测结果的影响, 重新考虑以上算例 2。有人工模拟噪声的加速度响应功率谱可表示如下

$$\hat{R}_n = \hat{R} + E_p \cdot \text{var}(\hat{R}) \cdot \text{Noise} \quad (40)$$

这里,  $\hat{R}$  为加速度响应功率谱,  $E_p$  为噪声水平, Noise 表示噪声服从标准正态分布, 具有 0 均值和单位标准差,  $\text{var}(\cdot)$  是加速度响应时程的均方差。在数值模拟中, 在计算响应功率谱中增加 5% 人工噪声来模拟实际的测量响应数据。经过 31 步迭代计算后, 检测结果如图 4 所示。该图表明, 即使在 5% 的噪声水平下, 2 个局部损伤也被成功地检测出来, 其中最大误差约为 1.8%, 这表明本文方法对模拟测量噪声不敏感。

## 5 结论

本文提出了基于响应功率谱灵敏度分析的幕墙拉索结构损伤检测方法, 对简单幕墙拉索结构 (弦结构) 的局部损伤进行了检测。算例表明, 所提方法具有以下特点:

1) 仅需利用少数几组加速度测量的响应功率

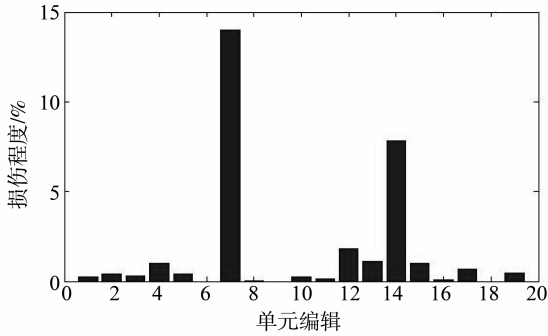


图 4 多损伤检测 (5% 噪音水平)

Fig. 4 Identification of multiple damages (with 5% noise)

谱, 就能成功检测出弦结构的局部损伤。

2) 对损伤程度的检测可以达到很好的精度要求, 且计算量小、检测速度快, 有望应用于幕墙拉索结构的损伤检测。

3) 对测量噪声不敏感, 具有工程实用价值。

#### 参考文献:

[1] 张毅刚. 建筑索结构的类型及其应用[J]. 施工技术, 2010, 39(8): 8-12.

[2] 张连飞, 区彤, 谭坚. 拉索幕墙在建筑工程中的应用[J]. 建筑结构, 2013, 43(S1): 371-376.

[3] 刘济科, 李雪艳. 基于灵敏度分析的机械系统损伤识别方法[J]. 机械科学与技术, 2002, 21(3): 456-459.

[4] 杨秋伟, 刘济科. 结构损伤识别的柔度灵敏度方法[J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2010, 49(1): 16-19.

[5] 吕中荣, 王文洁, 徐伟华, 等. 基于振动响应的耦合杆系统损伤识别[J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2012, 51(5): 31-35.

[6] 吕中荣, 徐伟华, 刘济科. 基于振动响应的耦合弦系统损伤检测[J]. 应用力学学报, 2009, 26(4): 657-661.

[7] LU Z R, LAW S S. Identification of system parameters and input force from output only [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(5): 2099-2111.

[8] 陈伟欢, 吕中荣, 陈树辉, 等. 高耸结构建造阶段环境振动测试与模态分析[J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2010, 49(5): 34-40.

[9] 刘喜平, 余龙. 基于含误差测量结果的 Lamb 波损伤检测[J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2013, 52(6): 75-80.

[10] BATHE K J. Finite element procedures in engineering analysis [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1982.

[11] 林家浩, 张亚辉. 随机振动的虚拟激励法 [M]. 北京: 科学出版社, 2004.

[12] TIKHONOV A M. On the solution of ill-posed problems and the method of regularization [J]. Soviet Mathematics, 1963, 4: 1035-1038.

[13] HANSEN P C. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve [J]. SIAM Review, 1992, 34(4): 561-580.

(上接第 18 页)

[7] 巢时斌. LED 驱动方式分析及性能比较[J]. 电气应用, 2011, 30(14): 40-45.

[8] 郝玢鑫. 多路输出高降压恒流 LED 驱动电源[J]. 电工技术学报, 2013, 28(6): 178-183.

[9] 徐志宇. 驱动恒流负载的 DC-DC 变换器的能控性[J]. 电工技术学报, 2011, 26(8): 44-49.

[10] 邓则名, 高军礼. 多闭环调速系统电压内环“最佳”设计的探讨[J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2000, 39(5): 40-43.

[11] 唐治德. 一种新颖的 BUCK 型 LED 驱动电路[J]. 电

气应用, 2011, 30(6): 45-48.

[12] NARENDRAN N, GU Y. Life of LED-based white light sources[J]. Display Technology Journal, 2005, 1(1): 167-171.

[13] BADDELA S M, ZINGER D S. Parallel connected LEDs operated at high frequency to improve current sharing [C]// Industry Applications Conference, 2004 39th IAS Annual Meeting, Conference Record of the 2004 IEEE, 2004, 3: 1677-1681.