

传递矩阵法与振型叠加法求解多跨燃料棒振动特性*

李沂垅¹, 郭严², 冉霜叶², 闵光云¹, 姜乃斌¹

1. 中山大学中法核工程学院, 广东 珠海 519082
2. 中广核研究院有限公司, 广东 深圳 518026

摘要: 在压水堆中, 燃料棒通过定位格架进行约束, 形成多弹性约束的多跨梁结构。燃料棒所在的流道将受到轴向流对定位格架的作用产生湍流, 在燃料棒表面产生比纯轴向流更大的流体激励。基于传递矩阵方法和燃料棒刚度的各项异性, 建立了一种多弹性约束的燃料棒弯曲振动模型。进一步, 利用振型叠加法, 通过施加分段简谐激励, 分析了燃料棒在轴向流流场中的振动响应, 同时对不同弹性约束失效情况进行了研究。最后, 验证了本文方法的准确性和有效性。

关键词: 振动特性; 多约束; 燃料棒; 传递矩阵法; 振型叠加法

中图分类号: TL352 **文献标志码:** A **文章编号:** 2097-0137(XXXX)XX-0001-08

Vibration characteristics of multi-span fuel rods solved by the transfer matrix method and mode superposition method

LI Yilong¹, GUO Yan², RAN Shuangye², MIN Guangyun¹, JIANG Naibin¹

1. Sino-French Institute of Nuclear Engineering and Technology, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519082, China
2. China Nuclear Power Technology Research Institute Company Limited, Shenzhen 518026, China

Abstract: In pressurized water reactors, these rods are commonly constrained by spacer grids, forming a multi-span beam configuration characterized by multiple elastic supports. Concurrently, the flow channels housing the fuel rods experience turbulence induced by axial flow interacting with the spacer grids, leading to increased excitation forces on the fuel rod surfaces compared to pure axial flow conditions. Based on the transfer matrix method (TMM) and the anisotropy of fuel rod stiffness, a multi-elastic constraint model of fuel rod bending vibration was established. Additionally, the mode superposition method (MSM) is utilized to simulate and investigate the vibration response of fuel rods subjected to axial flow by applying segmented harmonic excitations. A comparative assessment of various elastic constraint failure scenarios is also performed. Finally, the method's accuracy is verified.

Key words: vibration characteristic; multiple constraints; fuel rod; TMM; MSM

燃料组件是核反应堆运行的核心部分, 而其中燃料棒通常采用多跨定位格架添加约束保证其运行过程的稳定性(田子豪, 2022)。定位格架不仅为燃料棒提供弹性约束, 使其成为多弹性约束结构,

还对流场有着流量分配和搅混的作用, 增强换热效率。这样的搅混会使得燃料棒表面受到更大的流体激励, 引发相较于纯轴向流更强的流致振动, 长时间的流致振动会引起诸如磨损或支撑失效等问

* 收稿日期: 2026-01-05

录用日期: 2026-02-09

网络首发日期: XXXX-XX-XX

基金项目: 国家自然科学基金(11872060; U24B2004)

作者简介: 李沂垅(2001年生), 男; 研究方向: 反应堆结构力学; E-mail: liyilong33@mail2.sysu.edu.cn

通信作者: 姜乃斌(1980年生), 男; 研究方向: 反应堆结构力学; E-mail: jiangnb@mail.sysu.edu.cn

全文阅读



ZR20260005

题(齐欢欢等,2017;江未,2023)。在研究燃料棒的流致振动问题时,可以将其简化为受流体作用的多跨梁进行计算分析(王玺等,2012)。通过对燃料棒的模态特性进行求解后,可以进一步基于随机振动理论求解其响应(闵光云等,2024)。振型叠加法同样被运用于计算水中梁结构的受迫振动问题(徐汉忠,1988)。

在研究燃料棒的流致振动问题时,准确快速地获取燃料棒的模态特性是后续进一步展开分析的基础。传统的有限元方法精度有赖于离散化过程产生的网格精度,而传递矩阵方法(TMM, transfer matrix method)已被应用于分析各类结构的模态信息,展现出广阔的应用前景与发展潜力(刘寅生,2024;胡俊峰等,2025;Lin et al.,2026)。且,传递矩阵方法计算简便、求解过程高效。因此,本文建立了一种多弹性约束的燃料棒结构模型;并利用振型叠加法,模拟并分析了燃料棒在轴向流流场中的振动响应,以及不同弹性约束的失效情况。

1 研究方法

1.1 传递矩阵方法

燃料棒是规则且细长的圆柱形结构,横向的弯曲位移通常大于轴向位移,可以将其理想化为梁模型。这是因为其结构细长,轴向刚度较高;而横向的弯曲刚度相对较低,且与截面惯性矩成正比。基于燃料棒刚度的各项异性以及TMM模型,建立了燃料棒的弯曲振动模型,如图1所示。

图1中,长度为 L 的梁被划分为若干单元段,每个单元段由1个无质量梁段和1个集中质量梁段组成。无质量梁段长度为 l ,截面惯性矩为 I ,弹性模量为 E ,集中质量梁段的集中质量为 m 。下角标 i 表示单元的序号。状态向量 S_i (包括挠度 e ,转角 θ ,剪力矩 M 和弯矩 Q)表示位于第 i 个集中质量梁段两端截面的状态。上标“L”和“R”分别对应集中质量的左端和右端。

相应的,第 i 个完整单元两端的状态向量则可

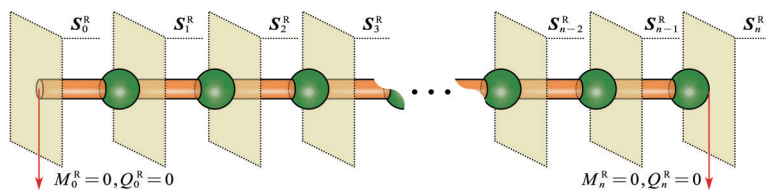


图2 两端为自由边界条件的梁

Fig. 2 Beam with free boundary conditions at both ends

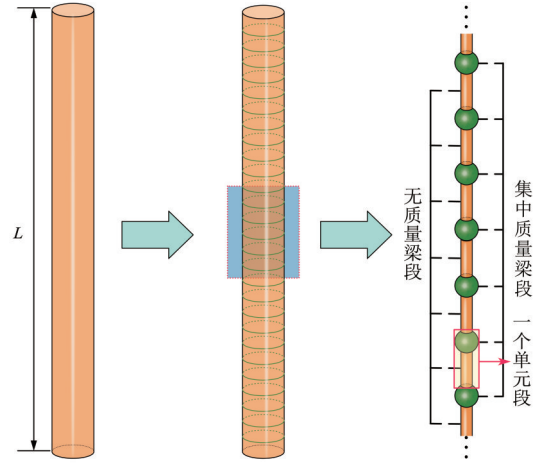


图1 集中质量梁段和无质量梁段

Fig. 1 Lumped mass and massless beam segment

由第 $i-1$ 个集中质量的右端截面的状态向量和第 i 个集中质量的右端截面的状态向量表示。如图2所示,两端为自由边界条件的梁可用单元划分和截面状态向量表示。

结构以角频率 ω 振动时,梁结构上的每个截面均呈现出正弦特征的稳态响应。此时,集中质量两端的弯矩为

$$Q_i^R = Q_i^L - m_i \ddot{e}_i = Q_i^L + m_i \omega^2 e_i^L,$$

其中 \ddot{e}_i 是集中质量在振动方向的加速度。

两端对应截面的状态向量之间的关系为

$$\begin{cases} e_i^R = e_i^L, \\ \theta_i^R = \theta_i^L, \\ M_i^R = M_i^L, \\ Q_i^R = Q_i^L + m_i \omega^2 e_i^L. \end{cases}$$

第 i 个集中质量两端截面处的状态向量之间的关系,如图3所示。并可用矩阵形式描述为

$$\begin{bmatrix} e_i^R \\ \theta_i^R \\ M_i^R \\ Q_i^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \omega^2 m_i & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i^L \\ \theta_i^L \\ M_i^L \\ Q_i^L \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式(1)简记为 $S_i^R = T^P S_i^L$,其中 T^P 称为点传递矩阵。

第 i 个无质量梁段左右两端分别连接第 $i-1$ 个集中质量的右截面和第 i 个集中质量的左截面, 如图 3 所示。根据最小挠度理论, 在细长梁发生小幅

度变形时, 若其变形后的挠度远小于自身特征尺寸, 可以忽略几何非线性, 将控制方程转化为线性简化求解。

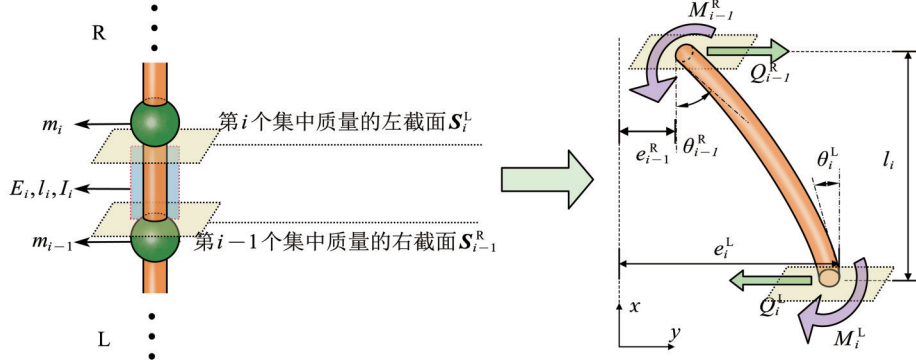


图 3 第 i 个无质量梁段两端的平衡关系

Fig. 3 The equilibrium relations at both ends of the i -th massless beam segment

第 i 段无质量梁段的两端存在式(2)的关系:

$$\begin{cases} \theta(x) = \frac{de(x)}{dx}, \\ \frac{d\theta(x)}{dx} = \kappa(x) = \frac{M(x)}{EI}, \\ Q_i^L = Q_{i-1}^R, \\ M_i^L = M_{i-1}^R + Q_{i-1}^R l_i, \end{cases} \quad (2)$$

其中 κ 是曲率。

x 从 0 到 l_i 的范围取值时, 第 i 个无质量梁段两端截面状态的关系为

$$\begin{cases} e_i^L = e_{i-1}^R + \theta_{i-1}^R l_i + \frac{M_{i-1}^R l_i^2}{2E_i I_i} + \frac{Q_{i-1}^R l_i^3}{6E_i I_i}, \\ \theta_i^L = \theta_{i-1}^R + \frac{M_{i-1}^R l_i}{E_i I_i} + \frac{Q_{i-1}^R l_i^2}{2E_i I_i}, \\ M_i^L = M_{i-1}^R + Q_{i-1}^R l_i, \\ Q_i^L = Q_{i-1}^R, \end{cases} \quad (3)$$

式(3)中第 i 个无质量梁段两端截面之间的传递关系同样可用矩阵表示。其中, 第 $i-1$ 个集中质量右端截面的状态向量与第 i 个集中质量左端截面的状态向量之间的关系为

$$\begin{bmatrix} e_i^L \\ \theta_i^L \\ M_i^L \\ Q_i^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & l_i & l_i^2/(2E_i I_i) & l_i^3/(6E_i I_i) \\ 0 & 1 & l_i/(E_i I_i) & l_i^2/(2E_i I_i) \\ 0 & 0 & 1 & l_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{i-1}^R \\ \theta_{i-1}^R \\ M_{i-1}^R \\ Q_{i-1}^R \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式(4)可以简化表示为 $S_i^L = T_i^F S_{i-1}^R$, 其中 T^F 为场传递函数。

根据式(1)的集中质量两端截面的传递关系与式(4)的无质量梁段截面的传递关系, 可以构建一个完整的传递矩阵, 用于描述无质量梁段和集中质

量组合得到的梁单元右端的状态到下一个梁单元右端的状态之间的关系:

$$S_i^R = T_i^P S_i^L = T_i^P T_i^F S_{i-1}^R = T_i S_{i-1}^R,$$

其中 T_i 是单元传递矩阵。即:

$$T_i = \begin{bmatrix} 1 & l_i & \frac{l_i^2}{2E_i I_i} & \frac{l_i^3}{6E_i I_i} \\ 0 & 1 & \frac{l_i}{E_i I_i} & \frac{l_i^2}{2E_i I_i} \\ 0 & 0 & 1 & l_i \\ \omega^2 m_i & \omega^2 m_i l_i & \frac{\omega^2 m_i l_i^2}{2E_i I_i} & \frac{l_i^3}{6E_i I_i} \end{bmatrix}.$$

当单元中存在沿位移方向的线性刚度 k_s 和扭转刚度 k_t 时, 引入 1 个弹性矩阵用于描述约束。约束不存在时, k_t 与 k_s 取 0。弹性矩阵 K 为

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & k_t & 1 & 0 \\ -k_s & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

对于被划分为 n 个单元的梁, 将各单元的传递矩阵相乘, 可推导出最左端与最右端的状态变量之间的传递关系:

$$S_n^R = T_n K_n T_{n-1} K_{n-1} \cdots T_2 K_2 T_1 K_1 S_0^R, \quad (5)$$

根据式(5), 可得

$$\begin{bmatrix} e_n^R \\ \theta_n^R \\ M_n^R \\ Q_n^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_0^R \\ \theta_0^R \\ M_0^R \\ Q_0^R \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中

$$\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{bmatrix} = T_n K_n T_{n-1} K_{n-1} \cdots T_2 K_2 T_1 K_1 = T_i. \quad (7)$$

1.2 扫频方法

结合结构本身的边界条件,采用扫频方法对式(6)进行求解计算。在图2所示的两端自由边界条件下,可以得到:

$$\begin{cases} t_{31} e_0^R + t_{32} \theta_0^R = M_n^R, \\ t_{41} e_0^R + t_{42} \theta_0^R = Q_n^R, \end{cases} \quad (8)$$

其中 e_0^R 和 θ_0^R 是燃料棒最左端自由边界的挠度与转角,其值均不为0。使式(7)具有非零解的特征方程,其解与角频率 ω 相关,即

$$\Delta(\omega) = \begin{vmatrix} t_{31} & t_{32} \\ t_{41} & t_{42} \end{vmatrix} = 0. \quad (9)$$

对特征方程(9)求解时,采用扫频方法降低计算成本并提高效率。选取试探角频率 ω_i ,然后利用式(7)中的递推关系(即传播状态)获得全局传递矩阵,该矩阵为

$$M_r(\omega_i) = M_n^R = \left(t_{31} - \frac{t_{32} t_{41}}{t_{42}} \right) e_0^R,$$

其中 $M_r(\omega_i)$ 被称作剩余弯矩。

若 ω_i 能满足 $M_r(\omega_i) = 0$, 则 ω_i 为固有频率。确定固有频率后,可通过传递关系求得挠度-转角关系并组成模态振型。

1.3 振型叠加法

振型叠加法认为,振幅响应 \mathbf{x} 可以被表示成各阶模态振型 $\boldsymbol{\psi}$ 的线性组合。即:

$$\mathbf{x} = \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\psi}_j q_j,$$

其中 q_j 是描述系统运动的广义坐标, j 表示模态阶数,是第 j 阶振型的权重。

通过振型正交性,可以将控制方程分解为在各

阶模态下的控制方程:

$$M_c \boldsymbol{\psi}_j \ddot{q}_j + C \boldsymbol{\psi}_j \dot{q}_j + K \boldsymbol{\psi}_j q_j = F_i(t).$$

根据矩阵变换,将质量矩阵 M_c , 阻尼矩阵 C , 刚度矩阵 K 与外部激励 F 转化为对应于模态振型的主质量矩阵 M_p 、主阻尼矩阵 C_p 、主刚度矩阵 K_p 和主激励 F_p 。即:

$$\begin{cases} M_p = \boldsymbol{\psi}^T M_c \boldsymbol{\psi}, \\ C_p = \boldsymbol{\psi}^T C \boldsymbol{\psi}, \\ K_p = \boldsymbol{\psi}^T K \boldsymbol{\psi}, \\ F_p(t) = \boldsymbol{\psi}^T F_i(t) \boldsymbol{\psi}, \end{cases}$$

其中 M_p 、 C_p 、 K_p 和 F_p 是对角矩阵,其对角元素 M_i 、 C_i 、 K_i 和 $F_i(t)$ 分别对应 i 阶的主质量、主阻尼、主刚度和主激励。

最终得到的主坐标方程为

$$M_j \ddot{q}_j + C_j \dot{q}_j + K_j q_j = F_j(t).$$

主坐标 q_j 可以用杜哈梅尔法求解。在激励 $F_j(t)$ 下,主坐标的通解为

$$q_j(t) = \int_0^t \frac{F_j(\tau)}{M_j \omega_j \sqrt{1 - \xi_j^2}} e^{-\xi_j \omega_j (t - \tau)} \sin\left(\omega_j \sqrt{1 - \xi_j^2} (t - \tau)\right) d\tau,$$

其中 ξ_j 是第 j 阶的阻尼比, t 是时间。

2 TMM 方法验证

选取全长 3.86 m 的燃料棒,具体参数设置和模型的简化方法参见刘鹏亮等(2020)。该模型中的燃料棒线密度为 0.683 kg/m。在考虑流体的附加质量之后,线密度为 0.824 kg/m。按照表1中的格架支撑位置将燃料棒模型沿程分为9跨,每跨均分为10段。燃料棒模型的等效线性弹簧刚度为 63 000 N/m,弯曲刚度为 270 N·rad/m。燃料棒在空气以及常物性液态水中的模态频率,即干模态频率与湿模态频率的计算结果如表2所示。

表1 格架支撑位置

Table 1 Position of each support

编号	1	2	3	4	5	6	7	8
支撑轴向位置/m	0.18	0.68	1.18	1.68	2.18	2.68	3.18	3.68

整理本文传递矩阵法计算得到的前六阶模态,并与刘鹏亮等(2020)给出的振型进行比对。如图4~5所示,由TMM计算得到的模态振型与文献中的振型分布完全一致,这可以说明TMM方法计算得到的燃料棒模态特性具有足够的准确性,可以用于后续的计算分析。

3 多跨燃料棒的振动响应

3.1 振动响应

由于格架中的复杂结构以及搅混翼等部件的存在,沿轴向的流体会被格架和搅混翼扰动,产生横向流和涡流,进而在燃料棒周围形成变化的压力差。为简化计算,参考文献(Li et al., 2023;

表2 干模态与湿模态频率

Table 2 Air-mode frequencies and wet-mode frequencies

阶数	干模态频率/Hz		湿模态频率/Hz	
	文献结果	TMM结果	文献结果	TMM结果
1	43.777	43.778	39.853	39.851
2	43.951	43.951	40.011	40.010
3	44.902	44.902	40.877	40.877
4	46.122	46.122	41.988	41.988
5	47.407	47.407	43.157	43.157
6	48.511	48.511	44.162	44.163

Brockmeyer et al., 2024) 设定燃料棒表面沿横向方向的简谐力。文献数据表明, 多跨格架燃料棒受到的流体激励主要来自带搅混翼格架部位, 而其他部位的流体激励很小。

根据模型子通道内的水力直径(13 mm)对燃料棒进行分段, 认为每一水力直径长度段的作用力集中在该段的中点。第1个支撑与最后1个支撑通常为无搅混翼的定位格架, 对幅值影响较小, 故选择

其中第2个到第7个支撑位置所在分段为格架段, 激励的幅值设置为 0.01 N; 而格架段后2个水力直径内认为其幅值为格架段的一半, 其余部分均按照非格架段处理, 施加激励幅值最小, 为 0.000 5 N。c 简谐力的频率设置为 20 Hz, 阻尼比为 2%, 总时长为 1 s。

如图6所示, 燃料棒的横向位移主要集中在中间几跨, 与模态分析中前几阶中的峰值匹配。同时, 位移均方根值的波谷位置与弹性约束位置相对应, 说明弹性约束的存在有效减小了附近的振动响应。因为本身结构为均质梁, 且激励与约束位置较为规律, 结果呈现出沿中心位置对称的特点。其中, 最大的位移均方根值出现在轴向 1.44 和 2.42 m 两处, 最大值为 8.96 μm 。对于燃料棒而言, 弹性支撑部位即燃料棒与格架中的弹簧与刚凸直接接触的部位, 该部位的振幅会引起如磨损和疲劳等一系列问题。在上述计算条件下, 燃料棒在从左到右支撑部位处的位移均方根值见表3。

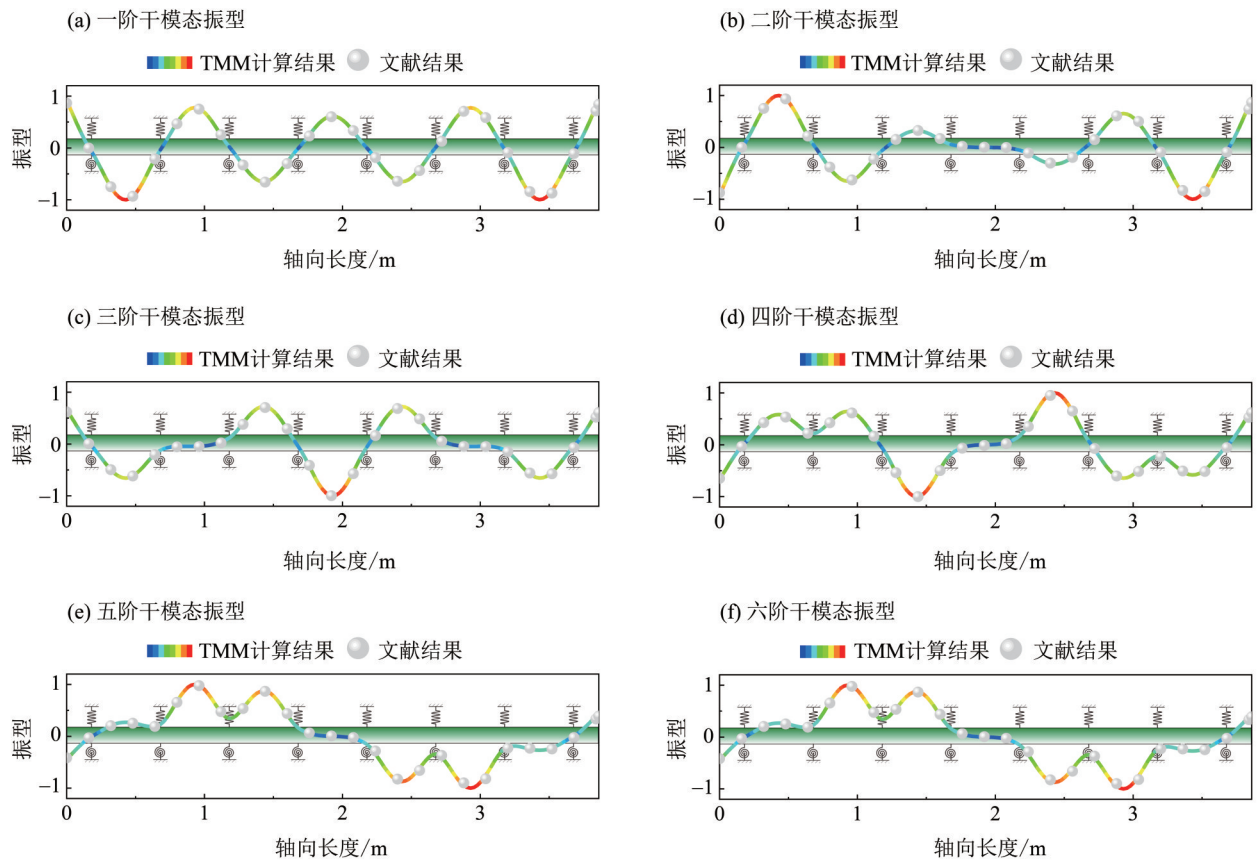


图4 干模态振型对比

Fig. 4 Comparison of air mode shapes

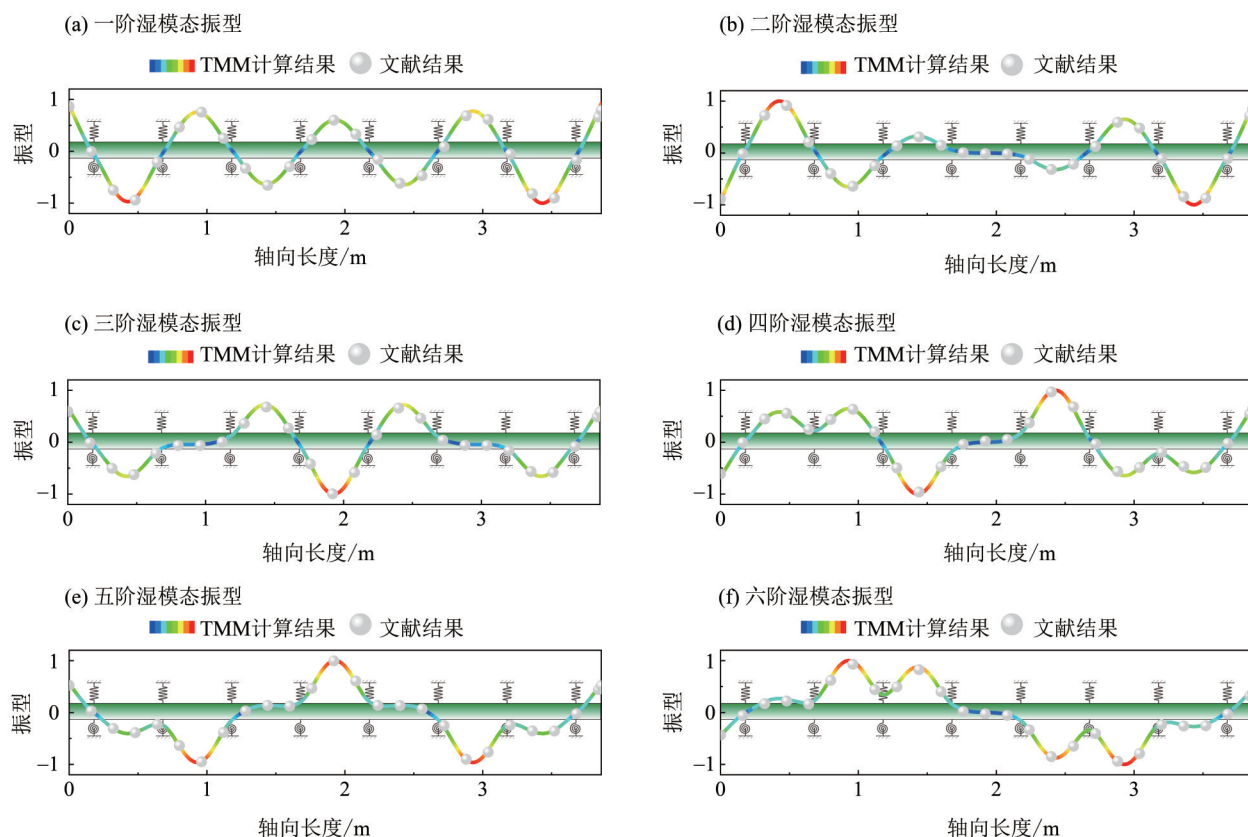


图5 湿模态振型对比

Fig. 5 Comparison of wet mode shapes

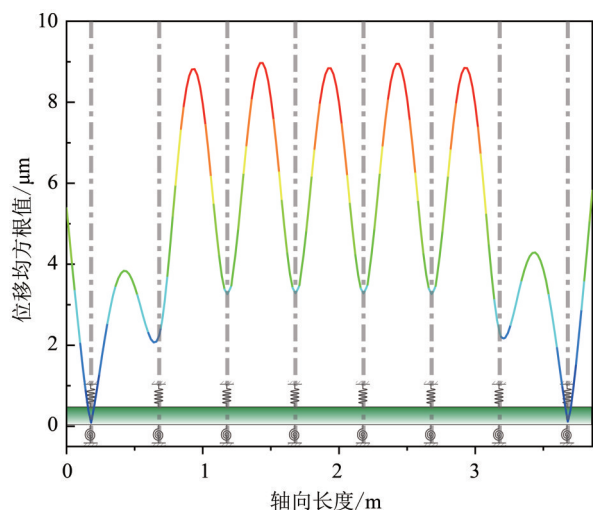


图6 横向位移均方根沿轴向的分布

Fig. 6 Distribution of lateral displacement root mean square along the axial direction

从表3中可以看出,支撑的最大位移均方根值出现在邻近中心的位置,约为 $3.285\ \mu\text{m}$,是最小值(编号1的位置)的36倍。且,从3号支撑位置到6号支撑位置,位移均方根值均十分接近;而且末端支撑的位移均方根值,略大于起始端的位移均方根值。这是因为施加载荷时,集中施加在编号2,3,4,

5,6,7的位置及其后的两个水力直径距离处,使得激励相对整体结构更倾向于结构中心偏末端的位置。

3.2 支撑失效时的振动响应

运行工况下,当磨损到达一定程度时,弹簧和刚凸与燃料棒不发生接触,此时可认为发生支撑失效,即该跨位置处的弹性约束缺失。为了对各个支撑部位发生失效时的情况进行分析,使用传递矩阵法快速计算其模态特性后,使用模态叠加法计算在相同激励条件下振幅,用于对比。第1个支撑失效到第8个支撑失效对应的工况,用L1到L8表示。不同支撑部位发生失效时,产生的位移均方根值的统计结果如图7所示。

图7中,当支撑失效时,失效处的位移远大于其他位置,这是因为支撑失效导致跨度增长,约束减弱。且L1与L8的最大位移均方根值增大到失效前的近7倍,分别为 $60.8\ \mu\text{m}$ 与 $61.7\ \mu\text{m}$ 。而L3到L7增大到失效前的4倍(约 $36\ \mu\text{m}$)。这是因为两端支撑失效时,产生了较长的悬臂梁段,稳定性更差。而中间支撑(L2-L7)失效时,刚度衰减幅度有限,因此最大位移均方根值较L1和L8的较小。

不同的失效工况下,结构的固有频率以及在在

表3 不同支撑位置处的位移均方根值

Table 3 Displacement root mean square values at each support position

编号	1	2	3	4	5	6	7	8
支撑轴向位置/m	0.18	0.68	1.18	1.68	2.18	2.68	3.18	3.68
位移均方根值/ μm	0.089	2.240	3.260	3.285	3.281	3.264	2.306	0.115

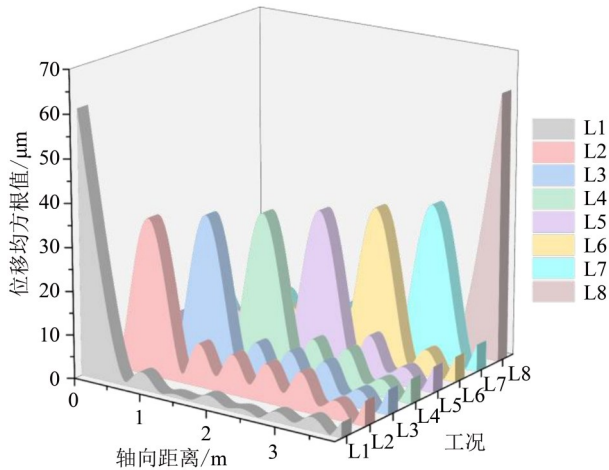


图7 不同支撑失效条件下振幅均方根值分布图

Fig. 7 Distribution diagram of amplitude root mean square values under different support failure conditions

支撑处的位移均方根值同样存在差异,具体情况如表4-5所示。

从表中可以看出,支撑失效时主要影响结构的

前两阶固有频率,并且会使固有频率大幅下降。从一阶频率来看,L1和L8的下降幅度最大,降低为4.57 Hz;与此同时,L2和L7的降低为12.66 Hz,其余情况下的均在12.89 Hz,依旧体现出结构对称的特性。当支撑失效时,支撑失效处将产生远大于正常约束条件时的振幅均方根值(10倍以上)。且L2-L7的最大振幅均方根值出现在支撑失效位置。因此,燃料棒作为多跨弹性支撑梁,其稳定性有赖于弹性约束的正常生效。当不同位置的弹性约束失效时,振幅会根据失效部位进行对应的放大。

4 结 论

本研究探究了多跨弹性约束燃料棒的模态特性,及其在简谐力作用下和不同支撑条件下的振动响应。主要结论如下:

- 1) 基于传递矩阵理论的多跨弹性约束燃料棒模态特性的计算方法,误差小于0.1%。对多跨弹性约束燃料棒施加分段的集中简谐激励,一定程度上

表4 不同工况下燃料棒的前四阶固有频率

Table 4 First four orders natural frequencies of fuel rod under different cases

Hz

阶数	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8
1阶	4.57	12.66	12.89	12.89	12.89	12.89	12.66	4.57
2阶	28.16	34.06	34.57	34.60	34.60	34.57	34.06	28.16
3阶	39.92	39.93	39.96	40.02	40.02	39.96	39.93	39.92
4阶	40.67	40.92	40.92	40.21	40.21	40.92	40.92	40.67

表5 不同工况下各支撑位置的位移均方根值

Table 5 Displacement root mean square values at each support position under different cases

μm

支撑轴向编号	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8
1	39.80	0.81	0.34	0.05	0.09	0.09	0.09	0.12
2	0.92	36.01	1.36	2.48	2.29	2.22	2.24	0.88
3	0.61	2.13	36.21	2.03	3.41	3.32	3.25	0.24
4	0.53	3.45	2.02	36.11	1.99	3.40	3.34	0.65
5	0.66	3.34	3.41	1.99	36.11	2.00	3.44	0.53
6	0.24	3.25	3.32	3.43	2.04	36.17	2.12	0.62
7	0.95	2.30	2.29	2.35	2.55	1.43	36.36	0.95
8	0.14	0.11	0.11	0.11	0.07	0.36	0.81	40.34

还原了其在实际运行工况下的受力特征。

2)通过传递矩阵方法和模态叠加法,求解得到了燃料棒在该激励条件下的位移响应分布,其中最大的位移均方根值出现在轴向约 1.44 m 和 2.42 m 处,最大值大约为 8.96 μm 。支撑位置处最大的位移均方根值出现在邻近中心的位置,是最小处(编号 1)的 36 倍。

参考文献:

胡俊峰,廖弘,徐旺,等,2025.传递矩阵法分析平面椭圆柔顺机构的动态性能[J].机械设计与制造,(11):215-221.

江未,2023.反应堆燃料棒束流致振动与微动磨损研究[D].哈尔滨:哈尔滨工程大学.

刘鹏亮,陈飙松,范晨光,等,2020.多约束燃料棒自由振动特性[J].西南交通大学学报,55(2):428-434.

刘寅生,2024.基于传递矩阵法的柔性多支承滑动轴承转子系统动力学研究[D].柳州:广西科技大学.

闵光云,吴海,卢志威,等,2024.新型分段式设计燃料棒流致振动分析[J].中山大学学报(自然科学版中英文),63(4):78-87.

齐欢欢,冯志鹏,吴万军,等,2017.压水堆燃料棒包壳微振磨损计算方法[J].核动力工程,38(5):54-57.

田子豪,2022.搅混翼格架对压水反应堆内流动演变机理及换热特性影响研究[D].北京:北京交通大学.

3)针对不同支撑失效工况下,进行多跨弹性约束燃料棒的模态特性及其在简谐激励下的振动响应分析。结果显示,位移均方根值最大值位于支撑失效部位;且两端支撑失效时,固有频率大幅降低,仅为 4.57 Hz,对应的位移均方根值最大值分别为 60.8 μm 和 61.7 μm 。

王玺,陈力奋,钱浩,等,2012.定位格架弹性约束对燃料棒振动特性的影响[J].振动与冲击,31(5):165-170.

徐汉忠,1988.有水振型叠加法解水中圆柱梁的受迫振动问题[J].河海大学学报,16(5):113-121.

BROCKMEYER L, SAINI N, TENTNER A, et al, 2024. Evaluation of RANS vs. LES simulation of fluid flow through 3×3 rod bundle with a simple spacer grid as a precursor to coupled fluid-structure interaction simulations[J]. Nucl Eng Des, 430: 113662.

LI W, GUO H, ZHANG J, et al, 2023. Study on the characteristics of axial fluid pressure on fuel rods with spacer grids[J]. Ann Nucl Energy, 193: 110015.

LIN Z, LU Z, LIU C, et al, 2026. Transfer matrix method for calculating dynamic responses of pipeline systems with arbitrary substructures including side branches and closed loops[J]. Thin-Walled Struct, 218: 114121.

(责任编辑 王海蓉)