

基于动态松弛方法的自由界面捕捉改进算法*

谭志城, 邓潼彬, 明平剑

中山大学中法核工程与技术学院, 广东 珠海 519082

摘要: 针对现有自由界面捕捉算法采用密度和流动异步求解导致的单元质量不守恒引发的数值发散问题, 从理论上推导了主对角系数与单元质量不守恒的数值关系, 构建了一种动态松弛求解策略。在质量不守恒的单元动态地更新松弛系数以保证动量方程对角占优, 避免了求解发散; 结合隐式高分辨率面心密度插值方法的选取, 构造了改进的自由界面捕捉算法。通过经典的溃坝自由界面捕捉算例, 验证了改进算法的性能。结果表明, 动态松弛策略可以有效提高数值鲁棒性和计算效率, 隐式高分辨率面心物性插值策略则可以有效降低数值耗散, 且在大密度比和大库朗特数场景下性能改进效果更显著。

关键词: 自由界面; 流体体积法; 松弛系数; 高分辨率插值

中图分类号: TL334 **文献标志码:** A **文章编号:** 2097-0137(2026)01-0093-10

Refined free-surface capturing algorithms based on the dynamic relaxation strategy

TAN Zhicheng, DENG Tongbin, MING Pingjian

Sino-French Institute of Nuclear Engineering and Technology, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519082, China

Abstract: The numerical blow-up caused by mass non-conservation in existing free-interface capturing algorithms stems from asynchronous density-flow solving. To overcome this problem, the numerical relationship is derived between local mass non-conservation and the diagonally dominance. Based on this derivation, a dynamic relaxation solution strategy is constructed, where the relaxation coefficient is dynamically updated in mass-non-conserved cells, to ensure the diagonal dominance of the momentum equation. Combined with the selection of an implicit high-resolution face-centered density interpolation method, a refined free-surface capturing algorithm is proposed. The performance of the refined algorithm is validated through classical dam-break free-surface flow test cases. The results demonstrate that the dynamic relaxation strategy effectively enhances numerical robustness and computational efficiency, while the implicit face-centered density interpolation method significantly reduces numerical diffusion, with particularly notable performance improvements in scenarios involving large density ratios and Courant numbers.

Key words: free interface; volume of fluid; relaxation factor; high resolution interpolation

自由界面两相流可用于模拟波浪动力学、液体晃动等, 其应用涵盖化工、海洋以及核工业等关键

场景。本文旨在基于流体体积方法 (VOF, volume of fluid) 和 SIMPLE 流动算法对自由界面捕捉算法

* 收稿日期: 2025-06-19

录用日期: 2025-07-11

网络首发日期: 2026-01-02

基金项目: 国家自然科学基金 (52006249)

作者简介: 谭志城 (1996 年生), 男; 研究方向: 计算流体力学; E-mail: tanzhch6@mail2.sysu.edu.cn

通信作者: 明平剑 (1980 年生), 男; 研究方向: 计算流体力学; E-mail: mingpj@mail.sysu.edu.cn

全文阅读



ZR20250110

开展研究。尽管 VOF-SIMPLE 方法在两相界面捕捉方面已取得显著进展,但大密度比下自由界面两侧密度场突变仍会导致数值不稳定性问题。其主要原因在于两相密度比的显著差异导致控制方程刚性的显著增加,造成流动方程求解困难(Lörst ad et al., 2004)。

在极端工况(如核事故中的低压气体-液态金属相互作用),密度比可高达 10^5 量级甚至更高(Chen et al., 2024)。自由界面两侧密度场突变导致的数值质量不守恒问题已引起学界关注。Denner (2013)使用对密度场进行变量卷积的方法降低其间断性,从而对静止气泡进行两相流动仿真。Lörst ad et al. (2004)则通过在求解动量方程前引入额外的格心密度修正步骤来使得新时间层的变量满足质量守恒性。然而,这 2 种方法本质上都是通过数值手段强制满足质量守恒来修正物性场。由于新的物性场并非基于体积分场插值得到,可能导致更新滞后引入数值误差,甚至因非物理的物性分布而引发求解发散。

针对上述问题,本文分析了自由界面捕捉两相流动中动量方程的矩阵性质,在 SIMPLE 求解流程中引入动态动量方程松弛策略;结合 VOF 算法中的高精度对流面心体积分数值推导,研究不同面心密度插值策略的数值影响。最后,通过经典的溃坝自由界面捕捉算例验证改进方法的有效性。

1 自由界面两相流动方程

不可压缩、不可混合、无相变体系下,流动控制方程为

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0, \\ \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) &= \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{F}, \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{u}) &= 0. \end{aligned}$$

VOF 算法引入了体积分方程,待求量 $\alpha \in [0, 1]$ 表示体系内某相占据的单元体积比例。 α 取 1 和 0 分别代表单元内由待求相或另一相完全占据, α 在 0~1 表示单元处在两相交界面。体系内的密度、黏度通过如下方式插值:

$$\begin{aligned} \rho &= (1 - \alpha)\rho_1 + \alpha\rho_2, \\ \mu &= (1 - \alpha)\mu_1 + \alpha\mu_2. \end{aligned}$$

结合高斯梯度和散度定理,连续方程、动量方程和体积分方程的有限体积形式(Mulbah, 2022)为

$$\begin{aligned} \sum_f F_f &= 0, \\ V_c \frac{\rho_c \mathbf{u}_c - \rho_c^\circ \mathbf{u}_c^\circ}{\delta t} + \sum_f \rho_f F_f \mathbf{u}_f &= -V_c \nabla P_c + \sum_f \mu_f (\nabla \mathbf{u})_f + \mathbf{b}_c, \\ V_c \frac{\alpha_c - \alpha_c^\circ}{\delta t} + \sum_f F_f \alpha_f &= 0, \end{aligned}$$

其中 V 是网格单元的体积。 $\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{u}$, \mathbf{A} 为系数矩阵。下标 C 代表非结构网格体系的任一网格单元, f 为该网格单元的任一相邻网格面;上标 \circ 表示变量上一个时间步的值。 ρ_f 是面心处的密度; μ_f 是面心处的黏度; $F_f = \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{S}_f$ 为单元面上的体积通量(流出该单元为正), S 是网格单元的面积; $S_f = \mathbf{S}_f \cdot \mathbf{n}_f$ 为网格面的法向面积。

2 SIMPLE 算法

SIMPLE 算法(Moukalled et al., 2016)的核心思想是通过预测-校正步骤,迭代求解动量方程和连续性方程,获得满足收敛标准的压力场和速度场。

2.1 速度预测原理

SIMPLE 算法基于一个预测的压力场 P , 通过求解离散化的动量方程,得到一个中间速度场 \mathbf{u}^* 。对应于任意网格单元 C , $\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{u}$ 离散后得到的表达式为

$$a_c \mathbf{u}_c^* + \sum_f a_f \mathbf{u}_f^* = -V_c \nabla P_c^\circ + \mathbf{b}_c,$$

其中上标 \circ 和 \cdot 代表上一迭代步的变量值和当前迭代步的待求变量值,通过求解线性方程组获取。下标 F 代表该网格单元的任一相邻单元。 a_c 和 a_f 为稀疏矩阵系数。以一阶迎风对流格式、一阶后差欧拉时间格式和超松弛扩散格式为例,

$$\begin{cases} a_c = \frac{\rho_c V_c}{\delta t} + \sum_f \rho_f \max(F_f, 0) + \sum_f \frac{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{S}_f}{\mathbf{S}_f \cdot d_{CF}}, \\ a_f = -\rho_f \max(-F_f, 0) - \frac{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{S}_f}{\mathbf{S}_f \cdot d_{CF}}, \end{cases} \quad (1)$$

其中 d 表示两个网格实体中心之间的距离(例如 d_{CF} 表示任一网格单元 C 中心与相邻单元 F 中心的距离)。为了提高动量方程的求解鲁棒性,引入一个差异化的隐式松弛过程。根据赵海洋(2021)的研究,亚松弛处理下的待求变量定义为

$$\mathbf{u}_c^\otimes = \lambda_u \mathbf{u}_c^* + (1 - \lambda_u) \mathbf{u}_c^\circ, \quad (2)$$

其中 $0 < \lambda_u < 1$ 为松弛系数。在 CFD 求解过程中,由于子收敛步中的修正量通常较小,使用待求变量本身作为求解变量存在差量的截断精度问题。为此,通过将原先的标量方程转换为差量方程来减小

这种影响。假设待求变量的差量为 \mathbf{u}^c , 可定义

$$\mathbf{u}^\circledast = \mathbf{u}^\circ + \mathbf{u}^c. \quad (3)$$

将式(1)~(3)结合, 化简得

$$\frac{a_c}{\lambda_u} \mathbf{u}_c^c + \sum_f a_f \mathbf{u}_f^c = \mathbf{b}_c - (a_c \mathbf{u}_c^\circ + \sum_f a_f \mathbf{u}_f^\circ).$$

在亚松弛假设下, 与原方程组相比, 以差量 \mathbf{u}^c 代替求解线性方程组得到待求变量, 提高了动量方程的对角占优性, 并降低了解的数值大而修正量小造成的影响, 提高了求解的精度和稳定性。

常规速度松弛策略中, λ_u 在求解过程中为常数。在自由界面捕捉的流动方程求解中, 两相密度比带来的数值上的质量不守恒性引入了数值不稳定性, 这个效应并不是全场均匀的, 一般仅存在于自由界面附近。因此, 本文根据局部的质量不守恒性引入了动态的动量方程松弛策略。

2.2 压力修正原理

经过速度预测获取的中间速度场 \mathbf{u}_c^* (在包含速度松弛时以 \mathbf{u}_c^\circledast 代替), 通常不满足连续方程, 因此需要构造满足连续性方程的预测通量 F_f^* , 从而构造压力方程。直接使用线性插值方法(如中心差分格式)会导致棋盘型压力场和速度场的出现, 需要通过以下形式的 Rhie-Chow 插值方法(Moukalled et al., 2016)给出面心速度值

$$\mathbf{u}_f^* = \bar{\mathbf{u}}_f + \bar{\mathbf{D}}_f \nabla P_f - \frac{\bar{\mathbf{D}}_f \cdot \mathbf{S}_f}{d_{CF} \cdot \mathbf{S}_f} (P_C - P_F). \quad (4)$$

对于公式(4)中的任意变量 ϕ (例如: \mathbf{D}), $\bar{\phi}_f$ 表示其中心差分面心值, 有

$$\bar{\phi}_f = g_c \phi_C + (1 - g_c) \phi_F,$$

其中

$$g_c = \frac{d_{fF}}{d_{fC} + d_{fF}},$$

同理, d_{fF} 表示面 f 中心与单元 F 中心的距离, 以下不再累述。在考虑速度松弛的情况下,

$$\mathbf{D}_C = \begin{bmatrix} \frac{V_C}{(1 + \lambda_u) a_C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_C}{(1 + \lambda_u) a_C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_C}{(1 + \lambda_u) a_C} \end{bmatrix}.$$

在不可压缩的两相流动中, 依据网格单元净体积通量为 0 的原则构造压力修正方程, 即修正后的体积通量值满足

$$\sum_f F_f^* = \sum_f \mathbf{u}_f^* \cdot \mathbf{S}_f = 0, \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_f^* &= \mathbf{u}_f^* - \bar{\mathbf{H}}_f \nabla P_f' \\ &= \mathbf{u}_f^* + \frac{\bar{\mathbf{H}}_f \cdot \mathbf{S}_f}{d_{CF} \cdot \mathbf{S}_f} (P_C' - P_F'). \end{aligned} \quad (6)$$

SIMPLE 假设下的面心速度和压力修正量满足线性关系, 其系数张量 $\mathbf{H}_f = \mathbf{D}_f$ 。通过联立式(5)和式(6), 可以构造压力修正方程, 获取压力修正量 P' , 并通过式(6)修正速度场和通量场作为下一步求解的初始场, 不断迭代更新速度场和压力场, 直到满足收敛标准为止(Patankar et al., 1972; Ferziger et al., 2001)。

3 VOF 界面捕捉原理

在通过流动算法获取对流体积通量 F_f 后, VOF 方法通过求解体积分数的输运方程来追踪界面的运动。输运方程通常采用有限体积形式:

$$V_c \frac{\alpha_c - \alpha_c^\circ}{\delta t} + \sum_f F_f \alpha_f = 0. \quad (7)$$

体积分数的计算精度和稳定性取决于对流项的离散过程, 即对流面心体积分数 α_f 的表达式。引入下风权重系数 β_f , 有

$$\alpha_f = (1 - \beta_f) \alpha_D + \beta_f \alpha_A, \quad (8)$$

其中下标“ A ”代表上游的单元, 下标“ D ”代表下游的单元(若无特别说明, 下同)。为了确定面心处的数值通量, 面心插值基于归一化变量格式(NVF)(Moukalled et al., 2016), 通过一维对流问题推导高分辨率离散格式。经典的 VOF 格式(如 HRIC、CICSAM、STACS)(Darwish et al., 2006)及部分改进版本(如 M-CICSAM)(张帝, 2015)均在此框架下构建, 通过平衡对流输运稳定性和界面压缩性实现尖锐的自由界面捕捉。NVF 定义格心和面心处的归一化体积分数值 $\hat{\alpha}_D$ 和 $\hat{\alpha}_f$ 如下:

$$\begin{cases} \hat{\alpha}_D = \frac{\alpha_D - \alpha_U}{\alpha_A - \alpha_U}, \\ \hat{\alpha}_f = \frac{\alpha_f - \alpha_U}{\alpha_A - \alpha_U}. \end{cases} \quad (9)$$

在非结构网格下, 通过虚拟上游方法对单元 U 的值进行获取, 即 $\alpha_U = \alpha_A + 2\nabla \alpha_D \cdot d_{AD}$ 。联立式(8)和式(9), 得

$$\beta_f = (\hat{\alpha}_f - \hat{\alpha}_D) / (1 - \hat{\alpha}_D). \quad (10)$$

为了对 $\hat{\alpha}_f$ 和 $\hat{\alpha}_D$ 的关系进行定义, Ubbink et al. (1999) 提出了混合高分辨率格式, 从一种压缩差分格式(相界面法矢与网格界面平行时维持界面尖锐度)以及一种偏耗散的高分辨率格式之间进行插值(相界面法矢与网格界面垂直时维持界面形状), 根据该原理提出的 CICSAM 格式是一种经典的混合

高分辨率格式, 定义为

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_f &= \gamma_f \hat{\alpha}_{f, \text{Hyper-c}} + (1 - \gamma_f) \hat{\alpha}_{f, \text{UQ}}, \\ \hat{\alpha}_{f, \text{Hyper-c}} &= \min\left(\frac{\hat{\alpha}_D}{\gamma_f}, 1\right), \\ \hat{\alpha}_{f, \text{UQ}} &= \min\left[\frac{8\gamma_f \hat{\alpha}_D + (1 - \gamma_f)(6\hat{\alpha}_D + 3)}{8}, \hat{\alpha}_{f, \text{Hyper-c}}\right],\end{aligned}$$

其中格式选择系数 $\gamma_f = |\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{n}_a|^2 = (\cos\theta)^2$, \mathbf{n}_d 表示网格两侧单元中心连线的单位矢量; \mathbf{n}_a 表示相界面法矢; θ 表示单元中心连线和相界面法矢的夹角。在 VOF 框架下, 由于不直接追踪界面来获取其位置、法矢等特征, 相界面法矢通过体积分数的单位向量定义, 即 $\mathbf{n}_a = \frac{\nabla\alpha}{|\nabla\alpha|}$; β_f 则由一阶时间精度的显式方式确定 (公式 (10)); 而 α_f 由 Crank-Nicolson (CN) 格式的半隐式定义, 可使格式具备二阶的时间精度; 瞬态项使用一阶欧拉时间格式, 有

$$V_c \frac{\alpha_c^* - \alpha_c^\circ}{\delta t} + \sum_f F_f \left[(1 - \beta_f) \frac{\alpha_D^\circ + \alpha_D^*}{2} + \beta_f \frac{\alpha_A^\circ + \alpha_A^*}{2} \right] = 0.$$

大密度比下, 面心密度的更新方式对动量方程的更新和计算有较大的影响。面心密度使用中心差分格式来离散待求变量会导致数值解产生非物理的波动现象, 影响整体求解的稳定性。因此, 引入对流面心体积分数值来计算面心密度是一种必要的策略。本文列举的显式、半隐式和隐式更新对流面心体积分数值分别为

$$\begin{aligned}\alpha_{f, \text{ex}} &= (1 - \beta_f) \alpha_D^\circ + \beta_f \alpha_A^\circ, \\ \alpha_{f, \text{CN}} &= (1 - \beta_f) \frac{\alpha_D^\circ + \alpha_D^*}{2} + \beta_f \frac{\alpha_A^\circ + \alpha_A^*}{2}, \\ \alpha_{f, \text{im}} &= (1 - \beta_f) \alpha_D^* + \beta_f \alpha_A^*.\end{aligned}$$

从理论上说, 使用更新时间层的策略会导致体积分数和速度场的依赖更紧密, 降低了密度更新的滞后性, 但需要的收敛步数以及时间更长, 具体情况将在算例部分研究。

4 动态动量松弛

动量方程离散构造稀疏矩阵时, 需要满足对角占优, 即 $a_c + \sum_f a_f \geq 0$, 以满足线性方程组求解的稳定性, 避免得到非物理的解。根据式 (1), 动量方程的对角项和非对角项之和满足

$$a_c + \sum_f a_f = \frac{\rho_c V_c}{\delta t} + \sum_f \rho_f F_f.$$

于是, 在求解体积分方程后, 此时额外满足

体积分守恒关系式 (7), 结合体积通量守恒 ($\sum_f F_f = 0$), 首个内迭代步中离散的动量方程稀疏矩阵满足对角占优性, 即

$$a_c + \sum_f a_f = |\rho_1 - \rho_2| \frac{\alpha_c^\circ V_c}{\delta t} > 0. \quad (11)$$

后续的 SIMPLE 算法内迭代过程中, 速度的更新会导致面心通量场 F_f 发生变化, 而体积分数和密度场在内迭代过程中被认为是不变的。虽然, 连续方程的求解保证了网格单元内的净体积通量 $N_{v,c} = \sum_f F_f = 0$, 但速度场以及通量 F_f 的更新会导致局部守恒关系丢失, 以及相界面附近网格单元的净质量通量 $N_{m,c} = \sum_f \rho_f F_f \neq 0$.

当 $N_{m,c} = \sum_f \rho_f F_f < -\frac{\rho_c V_c}{\delta t}$ 时, 则会导致式 (11)

对应的对角占优性丢失, 从而产生数值不稳定性。由上可知, 净质量通量 $N_{m,c}$ 的绝对值大小与数值稳定性直接相关, 这也解释了大密度比、大库朗特 (Co) 数场景下容易导致求解发散的原因: 较大的两相密度比会导致相界面附近的单元不同相邻面的面心密度 ρ_f 存在较大差异; 而较大的 Co 数会使得流场变化更剧烈, 局部的面心通量 F_f 在时间步内迭代过程中的变化更大, 这都增大了净质量通量的绝对值。

以两相流中常见的溃坝算例 (Cao et al., 2016; Yu et al., 2019) 为例, 在两相密度比为 10^3 时, 典型 $N_{v,c}$ 和 $N_{m,c}$ 场的分布如图 1 所示。净质量通量最小的区域通常发生在液相运动后端的位置 ($N_{m,c}$ 云图蓝色区域), 对流效应会给体系引入较大的非对角项。从物理意义上看, 由于密度更新存在一定滞后性, 与液相交界面的一层气相单元由于流入面的密度远大于其他面, 会导致局部行的非对角项之和大于对角项, 从而引入数值不稳定性。

为了解决大密度比、大 Co 数场景下的数值不稳定性问题, 引入修正的动态动量松弛因子

$$\lambda_{u,c} = \frac{\lambda_u a_c}{a_c - \min(N_{m,c}, 0)}.$$

松弛后的线性方程组满足

$$\begin{aligned}\frac{a_c}{\lambda_{u,c}} + \sum_f a_f &= \frac{1}{\lambda_u} [a_c - \min(N_{m,c}, 0)] + \sum_f a_f \\ &> a_c + N_{m,c} - \min(N_{m,c}, 0) > 0.\end{aligned}$$

而在远离界面的区域以及数值守恒性较好的区域, 满足 $N_{m,c} \approx 0$ 。此时松弛因子退化为常规值, 即 $\lambda_{u,c} = \lambda_u$ 。

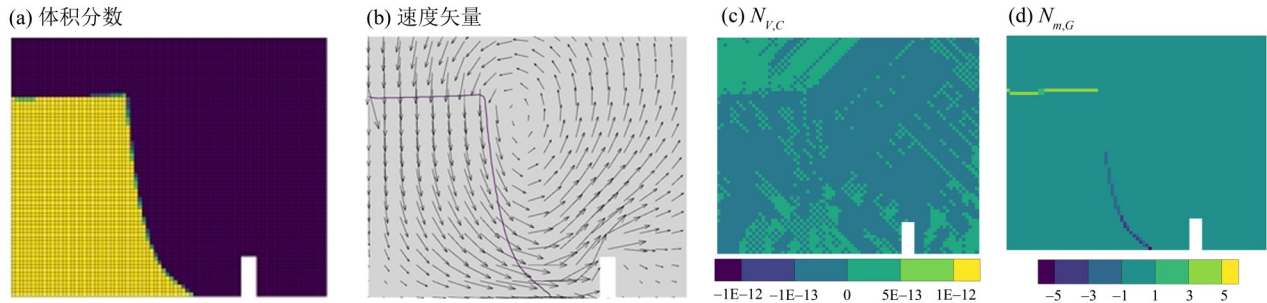


图 1 溃坝算例的典型守恒关系云图

Fig. 1 The contours representing the convergence relationship of the dam break case

综上所述, 本文根据数值质量不守恒性与对角占优性的数值关系构建了一种动态松弛求解策略, 保证了在自由界面捕捉的流动方程求解过程中密度-速度异步更新导致质量守恒丢失的前提下, 动量方程仍满足对角占优特性。现有研究通过新时间层的密度数值修正强制满足局部质量守恒, 而本文提出的动态松弛策略, 即使在不能严格满足局部质量守恒的情况下, 仍能确保求解的鲁棒性。该方法在保证流动场面心和格心处的密度场均由体积分数插值的前提下, 兼顾了密度更新的合理性与动量方程求解的稳定性。

5 VOF-SIMPLE 耦合算法流程

VOF-SIMPLE 耦合算法的流程 (Cao et al., 2016) 如图 2 所示, 本文的改进 (用虚线分支表示) 为: 在动量方程离散的时候采用常量松弛系数策略和改进的动态松弛策略, VOF 算法的面心密度更新采用显式、半隐式或隐式面心密度更新策略。

6 鲁棒性和精度测试

以经典的溃坝算例为研究对象。为了模拟更为复杂的自由界面变形, 选取了一个带有缺口的几何模型来模拟带有中间挡板的溃坝模型, 并绘制了几何结构相同的结构化网格和非结构网格, 网格量均为约 9 000, 如图 3 所示。模型的顶部压力值为 0, 其余边界则设置为无滑移壁面; 重力加速度为 10 m/s^2 ; 湍流采用标准 k -epsilon 模型; 气液两相的动力黏度分别为 10^{-5} 和 $10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$; 气相密度为 1 kg/m^3 , 液相密度则设置为 $10, 10^3, 10^6$ 和 10^9 kg/m^3 。

对于溃坝模型, 常用 E_{diff} 来衡量体系内的耗散误差大小 (Heyns et al., 2013)。 $E_{\text{diff}} = \frac{4}{N} |\alpha_c(1 - \alpha_c)|$, N 为时间步。选取 $Co = 0.5$, 密度比为 10^3 , 图 4 展示了自研的 VOF-SIMPLE 耦合算法在物理时间

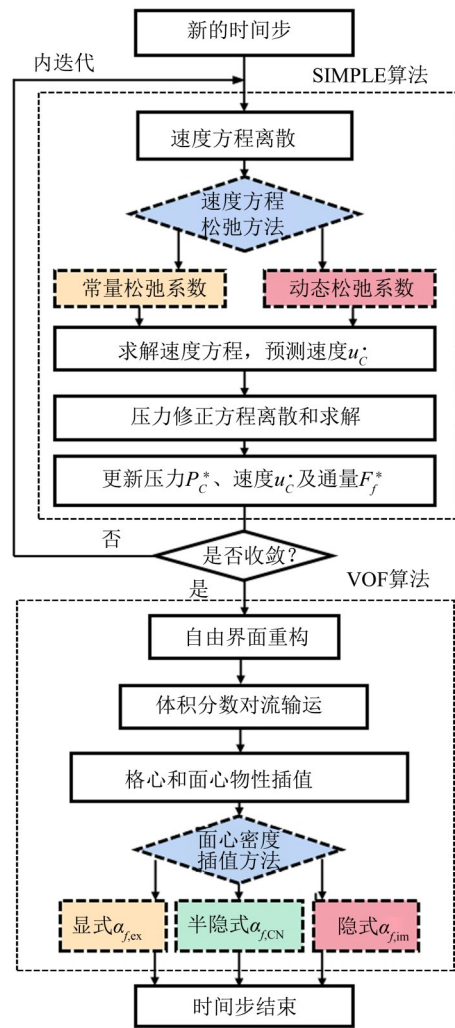


图 2 VOF-SIMPLE 耦合算法流程

Fig. 2 The procedures of VOF-SIMPLE coupled algorithm

为 0.1、0.4 和 0.8 s 的体积分数云图以及 E_{diff} 的示意图。可以看出, E_{diff} 的数量级在 0.01 附近。溃坝下落的早期阶段 (0.1 s), 体系内数值耗散值 E_{diff} 在 0.01 以下; 而在撞击挡板后出现液体溅射和壁面的回弹之后, 开始产生耗散, E_{diff} 也随之到达 0.01 以上。

算法的稳定性如图 5~6 和表 1 所示。由分析可知, 求解发散的算例在发散前都出现了大量的动量

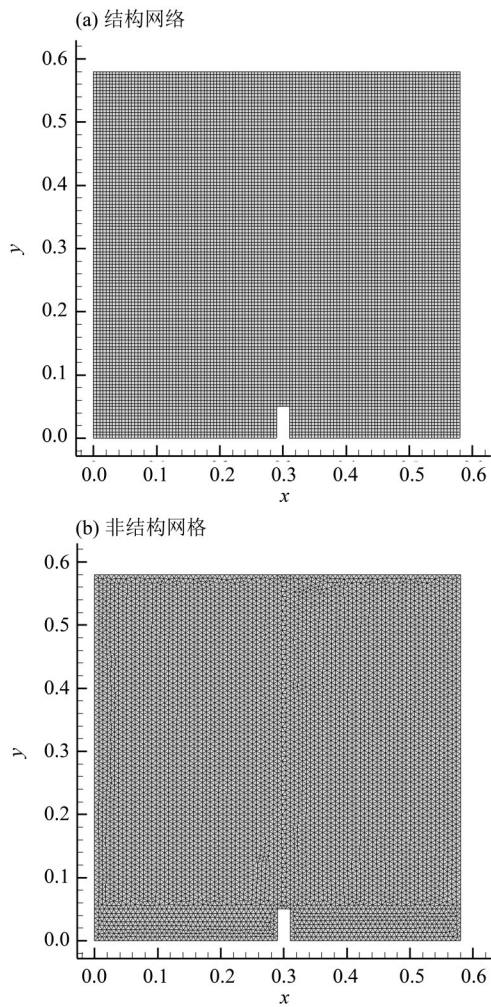


图 3 溃坝算例计算网格

Fig. 3 Meshes of the dam break case

方程对角不占优性,导致压力场奇异最终发散;加入动量方程松弛的算例则可以保证动量方程始终对角占优从而不出现发散现象。因此,可以认为动量方程动态松弛策略能较大程度上减少较大的密度比和 Co 数引起的动量方程对角不占优问题,在高达 10^9 的密度比下仍然可以保证求解稳定,满足了工程算例需求。

图 7 对比了不同松弛策略的 E_{diff} 。图 8 对比了 Co 数和两相密度比对计算效率的影响。从图 7~8 可以看出,在密度比为 10^3 时,运行时间随着 Co 数的增加而减少,此时动态和常量松弛策略均可以计算,动态松弛策略对数值耗散的影响不大, E_{diff} 的相对差异基本在 5% 以下。固定 $Co = 0.5$ 时,动态松弛策略提高了部分较大密度比的数值鲁棒性,避免了计算发散。即使在常量松弛策略求解不会发散的算例中,使用动态松弛策略也具备计算效率优势,最多可以减少 40% 的计算时间。这主要是因为动态松弛策略提高了数值稳定性,显著降低了 SIMPLE 算法所需的内迭代步数,从而提高了整体的计算效率。

动量方程动态松弛策略可以保证大密度比下的求解稳定性,因此在动量方程动态松弛策略下对比不同面心密度更新策略的 E_{diff} ,结果如图 9~11 及表 2 所示。表 2 中,在特定工况下不同的面心密度更新策略对 E_{diff} 具有显著影响。总体上来看,体积分方程在显式、半隐式和隐式面心密度更新策略中使用了越来越新的时间层的面心体积分数值,而

表 1 不同动量方程松弛策略的数值耗散值

Table 1 Numerical diffusions value under different relaxation strategies

密度比	Co	结构网格		非结构网格	
		动态松弛	常量松弛	动态松弛	常量松弛
10	0.2	8.313×10^{-3}	8.314×10^{-2}	1.061×10^{-2}	1.066×10^{-2}
	0.5	1.101×10^{-2}	1.101×10^{-2}	1.291×10^{-2}	1.292×10^{-2}
	0.8	2.181×10^{-2}	2.181×10^{-2}	1.961×10^{-2}	1.961×10^{-2}
10^3	0.2	1.677×10^{-2}	1.665×10^{-2}	2.210×10^{-2}	2.210×10^{-2}
	0.5	1.903×10^{-2}	1.911×10^{-2}	2.133×10^{-2}	2.100×10^{-2}
	0.8	2.537×10^{-2}	2.611×10^{-2}	2.140×10^{-2}	2.161×10^{-2}
10^6	0.2	2.396×10^{-2}	2.398×10^{-2}	2.780×10^{-2}	—
	0.5	2.649×10^{-2}	2.685×10^{-2}	3.132×10^{-2}	—
	0.8	3.206×10^{-2}	3.167×10^{-2}	3.266×10^{-2}	—
10^9	0.2	2.459×10^{-2}	—	2.914×10^{-2}	—
	0.5	2.621×10^{-2}	—	3.313×10^{-2}	—
	0.8	3.066×10^{-2}	—	3.449×10^{-2}	—

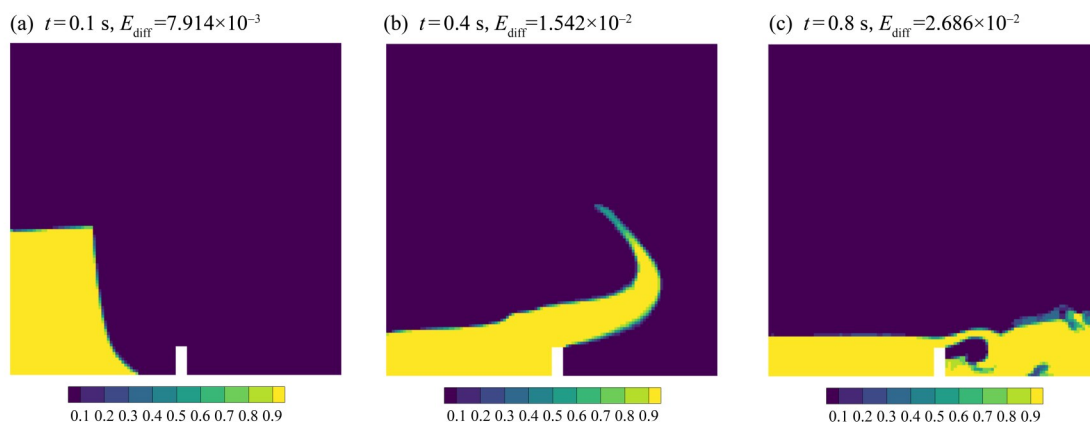


图 4 溃坝算例在 VOF-SIMPLE 耦合算法下的耗散情况

Fig. 4 Numerical diffusions of the dam break case by VOF-SIMPLE coupled algorithm

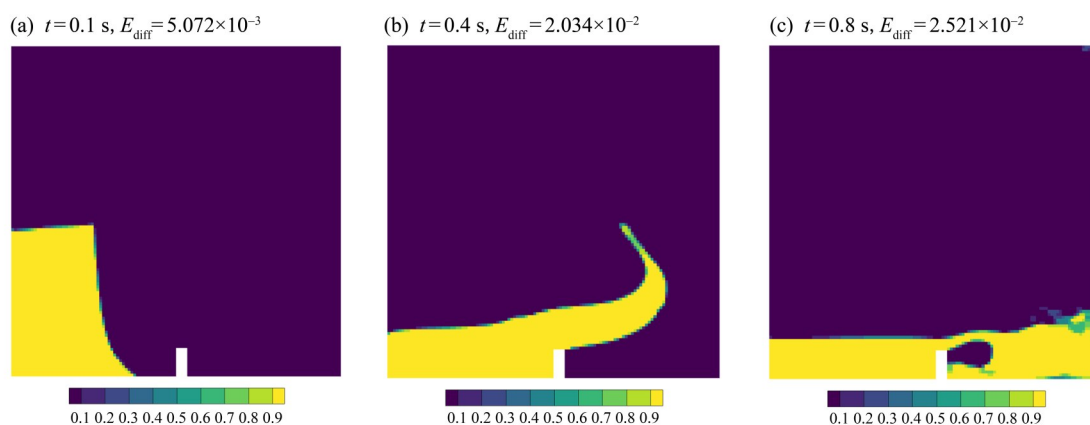


图 5 动态松弛的耗散情况

Fig. 5 Numerical diffusions under dynamic relaxation strategy

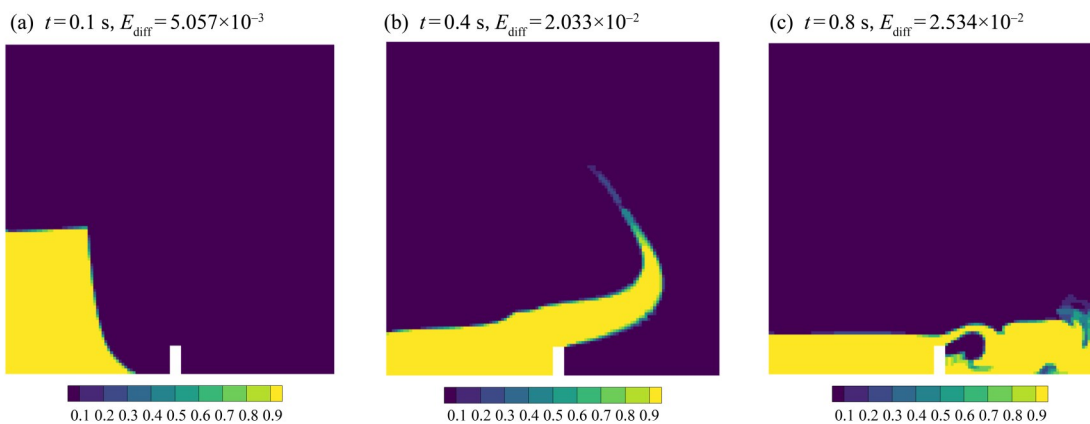


图 6 常量松弛的耗散情况

Fig. 6 Numerical diffusions under constant relaxation strategy

更新的时间层则由于更小的时间滞后性从而具备更高的数值精度,尤其是在时间步内面心体积分数变化较大的大 Co 数场景。图 12 为不同面心密度更新策略下的计算耗时。

如图 12 所示,因数值精度提高体现为更尖锐的两相界面,这提高了流动计算收敛的复杂度,因此也增大了仿真时间。以 $Co = 0.8$ 的工况为例,相比

于其它策略,隐式策略的耗散误差降低了 10%~40%,而计算时间仅增加 5%~15%,因此使用隐式策略更新密度是较优的选择。

7 结 论

针对自由界面捕捉和流动算法交替求解中密度以及速度异步更新带来的数值上的质量不守恒

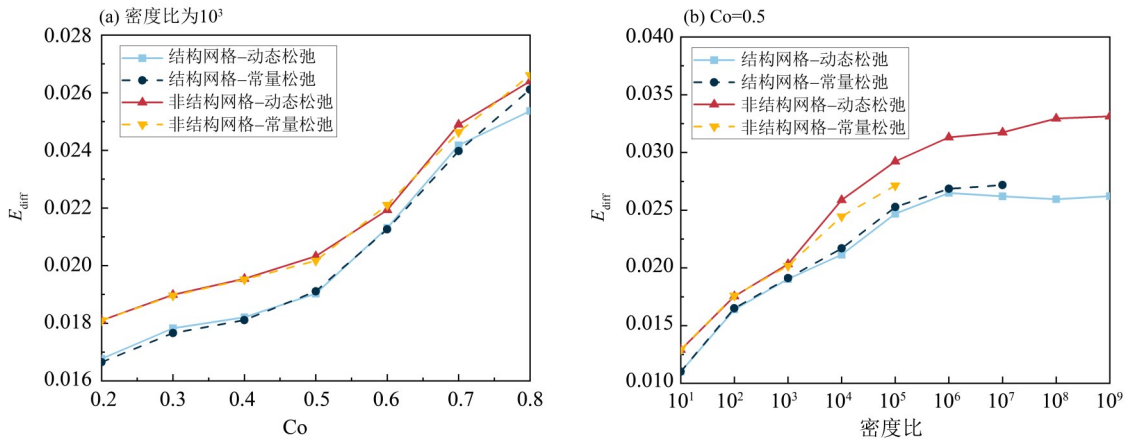


图 7 不同松弛策略的数值耗散

Fig. 7 Numerical diffusions under different relaxation strategies

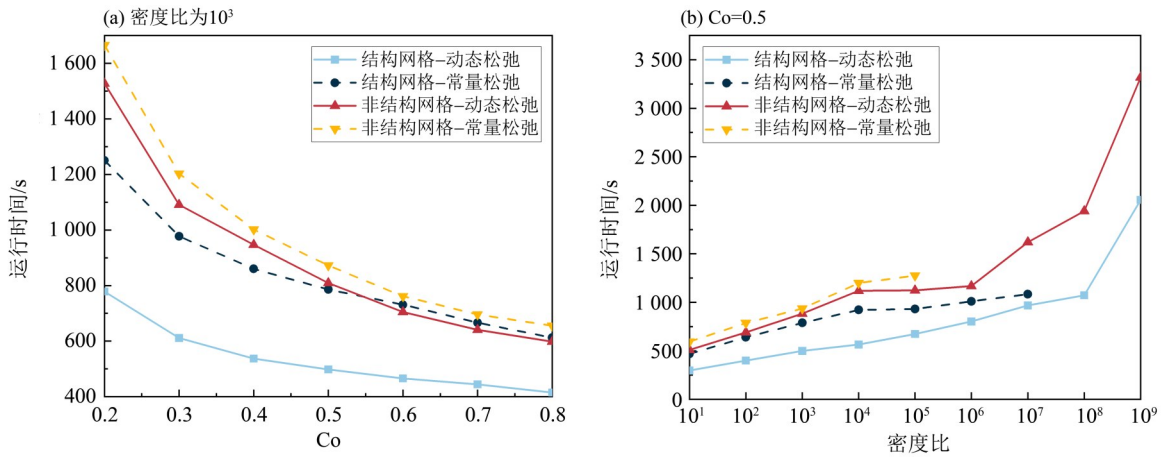


图 8 不同松弛策略的计算效率

Fig. 8 Computational efficiency under different relaxation strategies

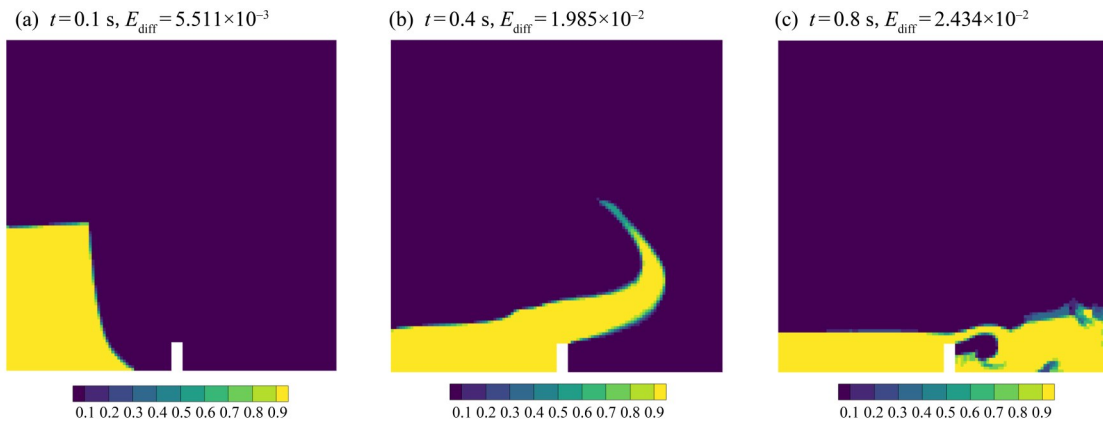


图 9 显式面心密度更新策略的体积分数云图和耗散情况

Fig. 9 Volume fraction contours and numerical diffusions under the explicit face-centered density updating strategy

性及其导致的数值不稳定问题,引入了动态动量方程松弛策略以及不同的面心密度更新策略。算例测试基于溃坝算例开展。主要结论如下:

1)结合动量方程的隐式差量化求解方法,引入

动态动量方程松弛策略可以提高动量方程的对角占优性,较大地提高流动求解的稳定性。在动态和常量松弛策略均可以计算的工况中,使用动态松弛策略计算效率较高,最多可以减少 40% 的计算时

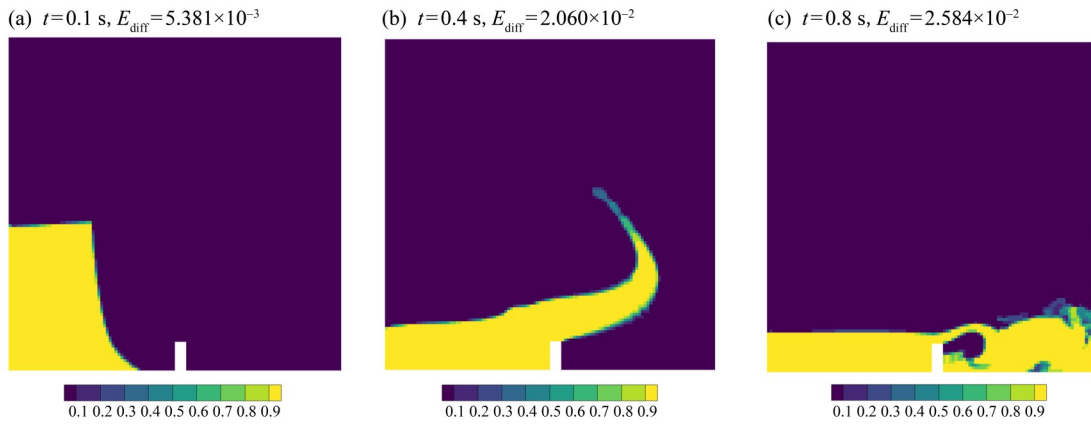


图 10 半隐式面心密度更新策略的体积分数云图和耗散情况

Fig. 10 Volume fraction contours and numerical diffusions under the semi-implicit face-centered density updating strategy

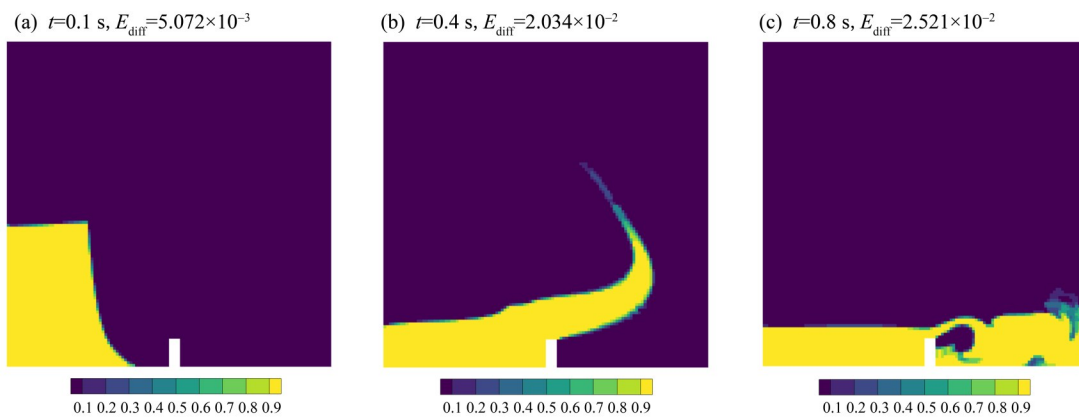


图 11 隐式面心密度更新策略的体积分数云图和耗散情况

Fig. 11 Volume fraction contours and numerical diffusions under the implicit face-centered density updating strategy

表 2 不同面心密度更新策略下的耗散值

Table 2 Numerical diffusions value under different face-centered density updating strategies

密度比	Co	结构网格			非结构网格		
		显式	半隐式	隐式	显式	半隐式	隐式
10	0.2	8.036×10^{-3}	8.281×10^{-3}	8.313×10^{-3}	1.048×10^{-2}	1.051×10^{-2}	1.061×10^{-2}
	0.5	1.099×10^{-2}	1.099×10^{-2}	1.101×10^{-2}	1.297×10^{-2}	1.292×10^{-2}	1.291×10^{-2}
	0.8	2.130×10^{-2}	2.171×10^{-2}	2.181×10^{-2}	2.006×10^{-2}	1.993×10^{-2}	1.961×10^{-2}
10^3	0.2	1.606×10^{-2}	1.652×10^{-2}	1.677×10^{-2}	2.205×10^{-2}	2.178×10^{-2}	2.210×10^{-2}
	0.5	1.726×10^{-2}	1.833×10^{-2}	1.903×10^{-2}	2.065×10^{-2}	2.118×10^{-2}	2.133×10^{-2}
	0.8	3.434×10^{-2}	3.198×10^{-2}	2.537×10^{-2}	2.112×10^{-2}	2.070×10^{-2}	2.140×10^{-2}
10^6	0.2	2.467×10^{-2}	2.383×10^{-2}	2.396×10^{-2}	3.511×10^{-2}	2.779×10^{-2}	2.780×10^{-2}
	0.5	2.907×10^{-2}	3.083×10^{-2}	2.649×10^{-2}	3.196×10^{-2}	3.255×10^{-2}	3.132×10^{-2}
	0.8	5.328×10^{-2}	4.817×10^{-2}	3.206×10^{-2}	3.779×10^{-2}	3.564×10^{-2}	3.266×10^{-2}
10^9	0.2	2.501×10^{-2}	2.456×10^{-2}	2.459×10^{-2}	2.875×10^{-2}	2.943×10^{-2}	2.914×10^{-2}
	0.5	3.204×10^{-2}	3.095×10^{-2}	2.621×10^{-2}	3.477×10^{-2}	3.390×10^{-2}	3.313×10^{-2}
	0.8	3.684×10^{-2}	3.574×10^{-2}	3.066×10^{-2}	3.685×10^{-2}	3.625×10^{-2}	3.449×10^{-2}

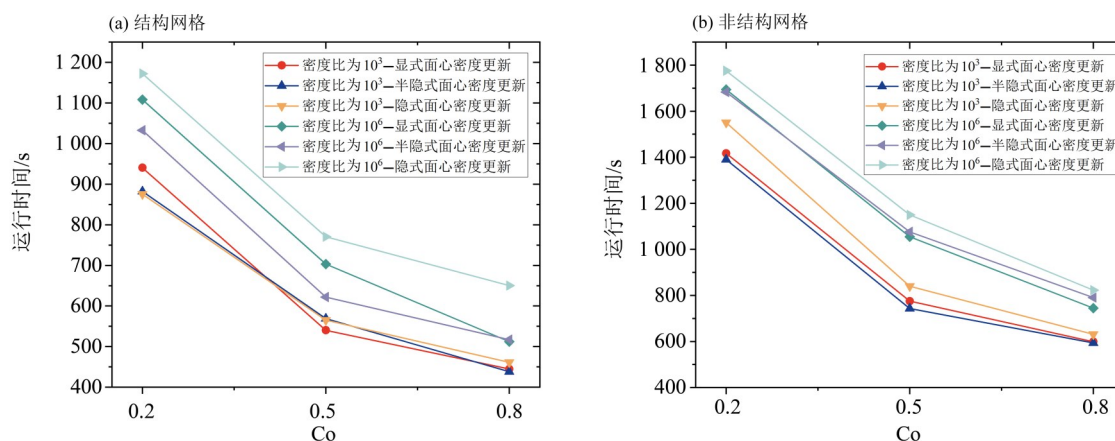


图 12 不同面心密度更新策略的计算效率

Fig. 12 Computational efficiency under different face-centered density updating strategies

间,这是由于数值稳定性的提高,显著降低了SIMPLE算法收敛所需的迭代步数。

2)测试结果表明,虽然面心密度的更新策略会影响动量方程的密度更新,但其更新策略对数值鲁

棒性的影响不大,而越接近隐式的更新策略会在提高少量仿真时间的基础上获得更高的界面捕捉精度,是综合更优的面心密度更新策略。

参考文献:

- 赵海洋, 2021. 柴油机活塞油腔内气液两相振荡流动及传热数值仿真研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学.
- 张帝, 2015. 高精度有限体积格式及新型VOF自由界面捕捉算法[D]. 北京: 清华大学.
- CAO Y, ZHU Q, ZHOU L, 2016. Numerical simulation of three-dimensional dam-break flow with an improved VOF-SIMPLE algorithm [J]. *J Hydrodyn*, 28 (1) : 146-155.
- CHEN Y, MING P, YU G, et al, 2024. Sloshing damping assessment and structural dynamic analysis of perforated structures for heavy liquid metal under seismic excitation [J]. *Ann Nucl Energy*, 195: 110178.
- DARWISH M, MOUKALLED F, 2006. Convective schemes for capturing interfaces of free-surface flows on unstructured grids [J]. *Numer Heat Transf Part B Fundam*, 49(1): 19-42.
- DENNER F, 2013. Balanced-force two-phase flow modelling on unstructured and adaptive meshes [D]. London, UK: Imperial College London.
- FERZIGER J H, PERIC M, 2001. Computational methods for fluid dynamics[M]. Berlin: Springer.
- HEYNS J A, MALAN A G, HARMS T M, et al, 2013. Development of a compressive surface capturing formulation for modelling free-surface flow by using the volume-of-fluid approach [J]. *Int J Numer Meth Fluids*, 71(6): 788-804.
- LÖRSTAD D, FUCHS L, 2004. High-order surface tension VOF-model for 3D bubble flows with high density ratio [J]. *J Comput Phys*, 200(1): 153-176.
- MOUKALLED F, ANGANI L, DARWISH M, 2016. The finite volume method in computational fluid dynamics: An advanced introduction with OpenFOAM® and Matlab [M]. Fluid Mechanics and Its Applications. Cham: Springer.
- MULBAH C, KANG C, MAO N, et al, 2022. A review of VOF methods for simulating bubble dynamics [J]. *Prog Nucl Eng*, 154: 104478.
- PATANKAR S V, SPALDING D B, 1972. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows [J]. *Int J Heat Mass Tran*, 15(10): 1787-1806.
- UBBINK O, ISSA R I, 1999. A method for capturing sharp fluid interfaces on arbitrary meshes [J]. *J Comput Phys*; 153(1): 26-50.
- YU C H, WEN H L, GU Z H, et al, 2019. Numerical simulation of dam-break flow impacting a stationary obstacle by a CLSVOF/IB method [J]. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul*, 79: 104934.